Rapport - n° 2006-034 juin 2006

Inspection générale
de l'éducation nationale

L'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école primaire

Rapport à monsieur le ministre
de l'Éducation nationale,
de l'Enseignement supérieur
et de la Recherche

L’enseignement des mathématiques au cycle 3 de l’école primaire

Rapport à monsieur le ministre de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche

Rapporteur : Jean-Louis Durpaire
Viviane Bouysse
Jean Hébrard
Michèle Leblanc
Christine Saint-Marc
Xavier Sorbe

Juin 2006

SOMMAIRE

Présentation de l'étude (contexte, objectifs, méthode)

Si le triptyque « lire, écrire, compter » a longtemps été énoncé comme fondamental dans ce qui devait être appris à l'école primaire, le lire-écrire a souvent été considéré comme la priorité des priorités. La place accordée à la maîtrise de la langue a été renforcée dans les programmes. Depuis quelques années, l'attention des maîtres a également été attirée sur l'enseignement des sciences (« la Main à la pâte », puis plan de rénovation des sciences à l'école), sur l'éducation artistique et culturelle, sur l'enseignement d'une langue vivante étrangère, sur l'éducation civique. Rien sur les mathématiques.

Les critiques existent néanmoins et on lit ou on entend de temps à autre que les élèves ne savent plus compter, qu'ils n'apprennent plus les tables de multiplication et bien sûr qu'ils ne savent plus faire une « règle de trois ». De manière tout aussi rudimentaire, on incrimine les calculatrices et donc le fait que l'école ne demanderait plus d'efforts aux élèves. Les fichiers et le recours à la photocopie sont également dénoncés comme préjudiciables à l'enseignement des mathématiques.

Alors que l'enseignement des mathématiques à l'école primaire avait retenu l'attention des chercheurs et de différentes commissions pendant les années 1960-70 (débat sur les « mathématiques modernes »), ce souci s'est estompé dans les décennies suivantes et aujourd'hui les études sont peu nombreuses. On peut néanmoins citer les travaux de la commission sur l'enseignement des mathématiques (CREM) ; cette commission mise en place par le ministère en 1999 avait pour objectif de fournir une réflexion sur l'enseignement des mathématiques de l'école élémentaire à l'université. Elle a produit plusieurs rapports[1] (notamment sur la géométrie, l'informatique et l'enseignement des mathématiques, le calcul, la statistique et les probabilités) ; deux d'entre eux consacrent quelques paragraphes à l'enseignement élémentaire (géométrie, calcul). La CREM a également conduit une réflexion sur la formation des maîtres dans le domaine des mathématiques et a accordé un intérêt particulier aux professeurs des écoles.

L'étude de l'inspection générale a pour objectif de cerner la réalité de l'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école primaire et d'apprécier la mise en place des programmes dans ce domaine. Elle s'est fondée essentiellement sur des observations concrètes dans quelque cent vingt classes du cycle des approfondissements (cycle 3) réparties sur l'ensemble du territoire, des entretiens avec des maîtres exerçant à ce niveau et rencontrés sur leur lieu d'exercice, l'examen de travaux d'élèves des classes visitées. Sans avoir constitué un échantillon représentatif des classes françaises, on peut néanmoins affirmer que l'étude donne une vision de l'enseignement proche de la réalité dans sa diversité : classes rurales, rurbaines, urbaines ; classes à un seul cours ou à plusieurs ; classes tenues par des maîtres jeunes ou chevronnés. L'académie de Reims et le département de l'Essonne ont donné lieu à des observations plus denses puisque respectivement quarante et trente visites y ont été effectuées. Malgré des situations très contrastées, les dépouillements séparés n'ont pas mis en évidence de différence très significative entre les pratiques des maîtres de ces deux territoires. Le protocole d'observation a permis de saisir la démarche mise en œuvre, sa pertinence didactique et pédagogique, de mesurer la perception des programmes par les

[1] Rapports de la CREM, Eduscol, http://eduscol.education.fr/D0015/LLPHAG03.htm

maîtres rencontrés, de recueillir leurs avis sur ces programmes et de décrire l'environnement mathématique de leur classe (manuels, fichiers, informatique, cahiers, etc.).

La connaissance de la réalité de l'enseignement des mathématiques a pu être complétée par la lecture de plus de cent rapports d'inspection correspondant à des visites d'inspecteurs responsables de circonscriptions du premier degré au début de l'année 2005. Il en ressort également des enseignements sur la démarche évaluative de cette discipline par les inspecteurs.

Un retour sur les évaluations nationales de sixième de ces dernières années et une comparaison avec des évaluations plus anciennes permettent de situer les performances actuelles des élèves par rapport à leurs prédécesseurs.

Les rencontres avec des inspecteurs des circonscriptions primaires, avec des inspecteurs d'académie et quelques recteurs ont permis d'apprécier le dispositif d'accompagnement de cet enseignement : animations et formation des maîtres. Enfin, des observations de quelques experts ont été recueillies.

Evolution des programmes de mathématiques du cycle 3

La formation mathématique des élèves contribue à la formation générale de l'esprit. L'enseignement des mathématiques développe les capacités d'expérimentation et de raisonnement, l'imagination et l'esprit critique. Si l'abstraction est au cœur de l'activité mathématique, il revient à l'enseignant d'accompagner le processus permettant d'en fréquenter les différents niveaux et d'accéder ainsi à de « nouveaux mondes ».

Une relecture des programmes de l'école primaire permet de retracer les évolutions des idées qui ont orienté et orientent encore l'enseignement des mathématiques. En prenant 1887 comme point de départ et jusqu'en 2006, une petite dizaine de programmes se sont succédé pour le niveau d'enseignement désormais appelé cycle 3 et recouvrant la deuxième année du cours élémentaire et le cours moyen.

Première époque 1887 - 1970

De 1887 à 1970, l'enseignement des mathématiques (le terme n'est pas encore utilisé) doit être « *concret, simple, progressif* » : « *C'est sur les faits qu'il faut appuyer les calculs, les idées.* » Le programme de cours moyen de 1923, rédigé en treize lignes, comporte deux parties : numération décimale et géométrie. Il reprend celui de 1887. D'ailleurs, de manière générale, les instructions de 1923 visent à restaurer l'équilibre originel qui aurait été altéré par le temps : « *En réformant l'institution, nous entendons rester fidèles aux principes des fondateurs. Mais l'expérience a prouvé que pour obtenir une meilleure application de ces principes, il devenait nécessaire de préciser l'emploi du temps, de simplifier et de graduer les programmes, de vivifier les méthodes, de coordonner les disciplines : préciser, simplifier, graduer, vivifier et coordonner, tel a été notre dessein.* » Les principes des programmes de 1887 sont rappelés avec des phases fortes : « *Mieux vaudrait moins apprendre, mais bien retenir ; mieux vaudrait moins de souvenirs, mais des souvenirs complets et ordonnés* » et *« pour obtenir ce résultat, nous avons pensé qu'il fallait faire plus simple encore que nos devanciers. (...) Les excroissances qui, avec le temps, avaient défiguré le plan de 1887, ont été extirpées. Et l'on a élagué tous les articles qui pouvaient paraître trop ambitieux pour l'école élémentaire.* »

Les instructions officielles d'octobre 1945 sont également dans la continuité des précédentes. Elles reviennent à nouveau et avec insistance sur la simplicité et l'efficacité anciennes : « *Des modifications assez importantes viennent d'être apportées (...). Elles ont un double but : rendre à notre enseignement sa simplicité et son efficacité anciennes (...), le fonder davantage sur les faits, l'observation personnelle…* » Les instructions insistent sur les règles à faire acquérir aux élèves : au cours moyen, règle du déplacement de la virgule dans les multiplications d'un décimal par une puissance de 10, règles de changement d'unités, règles de divisibilité, règle de la preuve par 9, règle de trois. La notion de problèmes est précisée au cours élémentaire où « *on peut se borner aux problèmes dont la résolution ne nécessite qu'une seule opération, écrite ou mentale* » et au cours moyen où l'on insiste sur les problèmes de vie courante définis comme « *des problèmes vraisemblables dont l'élève a vu ou verra des exemples autour de lui* ». On note aussi une insistance forte sur le calcul mental et rapide : « *le programme comporte des exercices de calcul mental et rapide, strictement limités pour le cours élémentaire et sans restriction précise pour le cours moyen* ».

Ces programmes continuent à s'appliquer au début des années 1960 en pleine « explosion scolaire » alors qu'une proportion importante des élèves quittent l'école primaire avant d'avoir atteint l'objectif du certificat d'études pour intégrer une classe de sixième dans les collèges d'enseignement général ou d'enseignement secondaire ou encore en lycée. Les bouleversements qui vont survenir à la fin des années 1960 ne naissent pas d'une évolution des programmes mais de la réflexion de chercheurs qui se constituent en groupe de pression pour faire évoluer l'épistémologie de la discipline et l'articuler avec les nouveaux modèles psychologiques de l'apprentissage. Jean Piaget, les mathématiciens du collectif Bourbaki rapprochent leur vision structuraliste du développement de l'enfant pour l'un, des mathématiques pour les autres pour mettre en chantier de nouvelles méthodologies qui seront celles des années 1970. La commission Lichnerowicz, créée en 1967, jettera les bases d'un enseignement formel de la discipline. Cette évolution qui n'est pas spécifique à la France est à resituer dans un contexte international (l'OCDE, l'UNESCO jouent un rôle important dans la diffusion de ces idées).

La rupture de 1970

Les années 1970 constituent donc un moment très important pour l'enseignement des mathématiques ; elles marquent un changement d'orientation total. C'est l'avènement de « la » mathématique moderne. Les psychologues définissent l'apprentissage comme le développement de capacités mentales qui passent progressivement d'une intelligence concrète des situations à une intelligence abstraite. Le moteur de cette évolution est l'activité matérielle et mentale : en agissant sur des objets, l'enfant apprend à les analyser par leurs qualités abstraites et construit progressivement des catégories mentales (des schèmes mentaux) qui le rapprochent progressivement des concepts mis en œuvre par les différentes sciences (la grandeur, l'ordre, la causalité, etc.). C'est l'époque des blocs Dienes (du nom d'un pédagogue canadien), qui voit les élèves, dès l'école maternelle, classer des objets selon différents critères (forme, couleur, taille, épaisseur) pour définir des « ensembles » matérialisés par des cordes qui entourent « ceux qui se ressemblent », puis de là, explorer des notions comme celle de « réunion », « intersection », etc. À l'école élémentaire, le nombre est « construit » à partir de jeux similaires qui conduisent l'enfant à constituer des collections d'objets rassemblées à partir du critère d'équipotence pour découvrir que « 4 », par exemple, est la classe d'équivalence de toutes les collections équipotentes contenant quatre objets. L'écriture des nombres est, de son côté, proposée à partir de la « structure » qui la caractérise dans le système arabe (une écriture de position à base dix utilisant le zéro lorsqu'une position ne comporte pas d'unités) et construite par l'exploration concrète non seulement de la base dix (les fameuses bûchettes ou les plus subtiles « réglettes » du pédagogue belge Cuisenaire) mais aussi de toutes les autres bases. Ce qui importe, en effet, est moins de savoir compter que d'avoir compris comment le nombre est structuré. On fait l'hypothèse que lorsque l'enfant a compris, il sait compter. Les stages de formation des maîtres – la formation continue des maîtres se met en place dans la décennie 1970 – mettent en évidence tout l'intérêt pour l'élève d'une telle approche.

L'arrêté du 2 janvier 1970 délivre un programme autour des trois entrées : « *éléments de mathématique* » – cette terminologie marquant à elle seule la rupture avec le passé –, les deux autres étant relativement traditionnelles « *exercices d'observation et travaux sur des objets géométriques* », « *mesures : exercices pratiques* ». La liste des contenus reste brève et, en dehors de l'intitulé du premier axe, rien ne permet de penser que les changements sont radicaux. En effet, les éléments de mathématique sont : les nombres naturels et décimaux (notons toutefois l'appellation « nombres naturels »), multiplication par 10, 100, 1000, ...

opérations et leurs propriétés ; suite d'opérations ; pratique des opérations ; preuve par 9 des opérations ; calcul mental. Divisibilité des nombres naturels par 2, 5, 9 et 3. Exemples de relations numériques. Proportionnalité. Fractions, produits de deux fractions.

La circulaire du 2 janvier 1970 précise l'esprit de la rénovation. Dès la première phrase, le cap est donné : « *L'enseignement mathématique à l'école primaire veut répondre désormais aux impératifs qui découlent d'une scolarité obligatoire prolongée et de l'évolution contemporaine de la pensée mathématique* ». Il faut articuler les programmes de l'école primaire avec ceux du collège puisque tous les élèves devront le fréquenter et, pour cela, donner dès l'école primaire « *une formation mathématique véritable* ». Le terme « calcul » qui ne figure plus dans le programme sauf dans l'expression *calcul mental* fait l'objet d'un commentaire assez restrictif « *les activités désignées jusqu'alors sous le nom de « calcul » restent bien entendu essentielles, mais elles ne constituent qu'une partie du programme, il convient de désigner la matière du programme par le terme " Mathématique ".* » Les commentaires récusent tout ce qui est règle et montage de mécanismes, au profit des activités (opérations concrètes) permettant de déboucher sur la construction des notions. Sont particulièrement visés les entraînements à la résolution de problèmes types à partir d'annales (entrée en sixième, certificat d'études). On privilégie la compréhension : « *Les techniques usuelles concernant les opérations doivent être parfaitement connues. Elles seront d'autant mieux acquises que les enfants, au lieu de les apprendre de façon purement mécanique, les auront découvertes par eux-mêmes comme synthèses d'expériences effectivement réalisées, nombreuses et variées.* » Des symboles de l'enseignement primaire sombrent : la règle de trois sur laquelle peinaient les générations antérieures est remplacée par des « opérateurs » de proportionnalité : « *les problèmes traités au moyen de la règle de trois (...) relèvent d'un seul et même problème qu'il convient d'expliquer en termes nouveaux* ». Autant les programmes précédents valorisaient les méthodes élaborées au XIX^{e} siècle qui avaient instauré un enseignement « pratique » de l'arithmétique et de la mesure destiné à la formation de commerçants, d'artisans, de paysans confrontés à des problèmes quotidiens de comptabilité, autant le programme de 1970 impose une réforme radicale. C'est au prix de cet effort que l'école sera plus efficace, tel est le postulat de base. En ce qui concerne la résolution de problèmes, le programme semble tolérer « *une certaine initiation des élèves à la vie courante que l'enseignement élémentaire se doit de donner* », mais les élèves doivent « *affermir [leur] pensée mathématique* » à travers les activités qui leur sont proposées.

Les années 1970 voient aussi la naissance de la didactique des mathématiques, tout particulièrement avec Georges Glaeser (Université de Strasbourg) et Guy Brousseau (Université de Bordeaux), d'autres universitaires en particulier ceux qui travaillent dans les IREM contribuant rapidement à l'éclosion de cette discipline. La vulgarisation de leurs recherches s'effectue par les professeurs d'école normale à travers les formations initiale et continue des maîtres. Certaines notions apparaissent comme le « contrat didactique », accord implicite entre le maître et les élèves sur ce qui est attendu. Les phases de construction des connaissances sont exprimées en termes de « dialectique » : action, formulation et validation. L'introduction des notions nouvelles est proposée en respectant certaines règles : de manière générale, le maître laisse ses élèves mettre en jeu des connaissances acquises ; pour montrer la pertinence et la force d'une nouvelle notion, on provoque un « saut » sur une variable didactique. Par exemple, pour introduire la pertinence de la multiplication à la place des additions réitérées, on augmente d'un seul coup la taille des nombres en jeu.

Un nouvel esprit à partir des programmes de 1977

Durant les années 1970, l'Institut pédagogique national (qui devient dans cette période l'INRDP, puis l'INRP) développe un programme de recherche sur la didactique des mathématiques qui fédère de nombreux universitaires, tant en mathématiques qu'en psychologie, et des professeurs d'école normale. Ils mettent en débat les propositions nées de la commission Lichnerowicz mais aussi l'esprit des programmes du second degré. Ils élaborent de nouveaux modèles d'enseignement des mathématiques dans des écoles expérimentales (le plus souvent des écoles annexes ou des écoles d'application des écoles normales) et publient un « livre du maître » qui va devenir sous l'acronyme d'ERMEL la base de la formation des maîtres d'une part, de nouveaux manuels de mathématiques d'autre part. Les programmes des années 1977, 78 et 80[2] (si l'on excepte quelques précautions sur la forme, on ne retrouve aucune trace dans leur contenu des préoccupations d'origine ensembliste des années 70) en sont directement issus. Ils prennent des distances avec les mathématiques modernes et portent une ambition pédagogique nouvelle : il s'agit comme en 1970 d'amener les élèves à faire des mathématiques, mais la référence n'est plus « la mathématique moderne » ; ce qui apparaît désormais premier, c'est la notion de problème qui prend le nom de « situation-problème ». Les situations-problèmes sont classées en trois catégories : *« situations-problèmes utilisées pour l'approche et la construction de nouveaux outils mathématiques ; situations-problèmes permettant aux enfants de réinvestir les acquis antérieurs, d'en percevoir les limites d'utilisation (situation contre-exemple) et au maître d'en contrôler le degré de maîtrise ; situations-problèmes plus complexes, plus globales dans lesquelles l'enfant devrait pouvoir mettre en œuvre son pouvoir créatif et affiner la rigueur et la sûreté de son raisonnement.* »[3] On perçoit l'influence de la recherche didactique à travers la typologie qui est proposée, tout particulièrement dans les situations qui peuvent être données pour introduire des notions nouvelles. Une autre caractéristique est le style d'écriture très marqué par la pédagogie par objectifs. Ces programmes donneront lieu à de nombreuses publications parmi lesquelles on peut retenir la série des « aides pédagogiques » créées par la COPIRELEM (commission permanente des IREM pour l'enseignement élémentaire) dans l'objectif de « *rendre service aux enseignants et aux responsables de l'enseignement élémentaire dans l'application des nouveaux textes* »[4].

Les programmes de 1980 sont à peine installés qu'un nouveau programme paraît en 1985[5], avec un nouvel objectif : le retour à une simplicité d'écriture. Il s'agit de faire court et d'être lisible. Les programmes sont désormais destinés non seulement aux maîtres, mais aussi aux parents ; d'où une édition en livre de poche. Les programmes accordent à nouveau une importance particulière aux problèmes. Ils posent aussi comme objectif – c'est la première phrase du texte – : *« l'enseignement des mathématiques vise à développer le raisonnement et à cultiver chez les élèves les possibilités d'abstraction.* » La typologie des problèmes est identique, chaque catégorie étant explicitée par un ou plusieurs exemples : « *ceux qui permettent la construction de nouveaux outils mathématiques (par exemple l'introduction de la soustraction, de la multiplication, des nombres décimaux) ; ceux qui invitent à utiliser des acquis, à en percevoir les limites d'utilisation, offrant ainsi au maître les moyens de contrôler le savoir (par exemple la construction d'un objet, l'agrandissement d'une figure, le premier apprentissage de la division euclidienne) ; ceux qui sont liés à une véritable recherche (par exemple trouver les patrons d'un cube).* ». Le programme des trois niveaux (CP, CE, CM) est

[2] Cours préparatoire : arrêté du 18 mars 1977 ; cours élémentaire : arrêté du 7 juillet 1978 ; cours moyen : arrêté du 18 juillet 1980
[3] Contenus de formation à l'école élémentaire, cycle moyen, CNDP, 1980, page 41
[4] Aides pédagogiques pour le cours élémentaire, Elem Math V, publication de l'APMEP, 1978
[5] Arrêté du 23 avril 1985

présenté en trois domaines intitulés *arithmétique, géométrie, mesure de quelques grandeurs*. La liste des compétences à acquérir par niveau est résumée en une phrase ; ainsi pour le CM, « *l'élève consolide et prolonge ses acquis concernant les nombres entiers et les quatre opérations, découvre les nombres décimaux et les fractions, aborde la proportionnalité, améliore sa connaissance des objets géométriques, affine ses compétences en tracé et construction, procède à des mesures* ». On retrouve en quelque sorte la simplicité d'écriture de 1887 ou 1923 ; on observe d'ailleurs la reprise de l'expression « *règle de trois* » en explicitation de la proportionnalité.

En 1995, les nouveaux programmes[6] restent courts : une trentaine de lignes d'explicitation des objectifs et une liste de notions à acquérir classées en trois catégories (nombres et calcul, géométrie, mesure). La notion de problème occupe une large place (la moitié des lignes générales). On lit notamment : « *La résolution des problèmes occupe une place centrale dans l'appropriation par les élèves des connaissances mathématiques. La plupart des notions (...) peuvent être élaborées par les élèves comme outils pertinents pour résoudre des problèmes nouveaux, avant d'être étudiées pour elles-mêmes et réinvesties dans d'autres situations*[7]. »

En 2002, on retrouve une version plus développée des programmes ; plus de soixante lignes pour préciser les objectifs, le « programme » lui-même étant présenté en six points dont le premier - *exploitation de données numériques* - constitue une nouveauté. Les autres plus « traditionnels », avec toutefois une séparation entre la connaissance des nombres et le calcul sur les nombres, ont pour intitulés : connaissance des nombres entiers naturels, connaissance des fractions simples et des nombres décimaux, calcul, espace et géométrie, grandeurs et mesure. Une liste de compétences (plus de quatre-vingt-dix) précise le programme.

Les programmes eux-mêmes, publiés au bulletin officiel de l'éducation nationale sont complétés par un ensemble de documents classés en deux catégories : les documents d'application[8] et les documents d'accompagnement[9] qui, avant d'être utilement regroupés en une même brochure, ont comporté neuf titres (fiches) distincts : *les problèmes pour chercher, résolution de problèmes et apprentissage, vers les mathématiques – quel travail en maternelle ?, le calcul mental à l'école élémentaire, le calcul posé à l'école élémentaire, utiliser les calculatrices en classe, espace et géométrie au cycle 2, grandeurs et mesure à l'école élémentaire, articulation école-collège.*

Les quatre derniers programmes : une grande continuité

L'analyse comparative de ces quatre générations de programmes sur trente ans laisse percevoir des continuités très importantes :

- L'ambition constante est de faire de l'enseignement des mathématiques un élément de la formation générale de l'élève. En 1985, il s'agit de « *cultiver chez l'élève les possibilités d'abstraction* ». En 2002, *« les connaissances et les savoir-faire (...) doivent contribuer au développement d'une pensée rationnelle* ».

---

[6] Arrêté du 22 février 1995

[7] Observons que si le terme « situations » revient à plusieurs reprises, il est désormais disjoint du terme « problèmes ».

[8] http://www.cndp.fr/textes_officiels/ecole/math_Ecole_C2.pdf
http://www.cndp.fr/textes_officiels/ecole/math_Ecole_C3.pdf

[9] http://www.cndp.fr/textes_officiels/infos_off/essentiel/programmes/b_%20Mathematiques_Primaire.pdf

- L'inspiration constructiviste, au fil du temps, s'exprime de plus en plus fortement. Depuis les années 80, tous les programmes de mathématiques ont attaché une grande importance à la *construction* des nouvelles connaissances. En 1980, les instructions pédagogiques indiquaient dans leur préambule : « *de manière générale, on continuera à privilégier les démarches pédagogiques qui placent les élèves dans des situations où les notions et techniques à introduire ou à réinvestir leur apparaissent comme réponses à des problèmes, sans jamais perdre de vue qu'au cycle moyen , comme plus tard, toute nouvelle notion ou technique se construit sur des acquisitions antérieures (éventuellement remises en question) et sur les expériences dont disposent les élèves*. » Cette notion de construction est développée ou plutôt illustrée dans les instructions de cette époque à propos de la technique opératoire de la division : « *c'est en faisant évoluer des techniques intermédiaires…que l'on accédera à des techniques codifiées*. » Un autre exemple est fourni avec la construction des nombres décimaux et des nombres rationnels : « *les maîtres choisiront celle (ou celles) de ces situations qui leur paraissent aider le mieux à prendre conscience de la nécessité d'introduire de nouveaux nombres* ». La démarche préconisée privilégie le complexe : « *pour accéder au concept d'aire, les élèves devront avoir des occasions de vérifier que le découpage et le recollage d'une surface en une surface d'une autre forme laissent une grandeur invariante*. » Une préconisation de même nature est effectuée pour amener au « *concept de volume* ». On traite de la « *conservation des quantités continues par déformation* » disent les instructions officielles. En géométrie, « *on ne partira pas d'objets géométriques simples*…. ». Pour les formules de calcul d'aires ou de périmètres : « *les enfants seront amenés à construire les formules correspondant au rectangle, au triangle* … »

En 1985, le programme est certes plus court, mais l'esprit est le même, la phrase suivante résumant cette perspective constructiviste : « *lors de l'introduction de notions nouvelles, les élèves sont mis en situation d'apprentissage actif : ils découvrent les notions comme réponses à des problèmes* » (formulation identique aux instructions de 1980).

En 1995, le programme précise que « *toute nouvelle notion ou technique se construit sur des acquisitions antérieures et sur les expériences dont disposent les élèves* », phrase quasi-identique à une phrase de 1980. En 2002, on parle aussi de « *l'élaboration de connaissances* » qui se réalise au travers de problèmes. Les programmes de 1985 et de 1995 emploient les termes *construction*, *construire* à plusieurs reprises, – « *toute nouvelle notion se construit sur des acquisitions antérieures*… » (1995) –, ceux de 2002 détaillent les démarches. Ainsi pour la proportionnalité, on part des « raisonnements personnels » ; pour les mesures d'aire, on travaille sur des classements avec appel à des manipulations (découpage, superposition,…), l'important étant de « *construire* » la notion.

- On accorde une grande importance aux situations-problèmes, ce qui rejoint d'ailleurs le point précédent. Apprendre aux élèves à chercher, à réfléchir, à comprendre, à construire des solutions est une constante forte. Sans sous-estimer la place des mécanismes, comprendre le fonctionnement est essentiel. C'est dit et redit par les quatre programmes.

- Le calcul a une place primordiale. Le calcul mental en particulier est très présent dans ces quatre programmes et l'exigence de « connaître les tables » est soulignée. Au fil du temps, on voit poindre le rôle des calculettes ou calculatrices. Mais on est presque surpris de voir qu'elles ne tiennent pas plus de place dans les textes compte tenu du rôle qu'elles jouent dans la société et par le fait que les adultes s'en servent de manière permanente alors que, dans bien des cas, ils pourraient calculer « à la main » ou mentalement. Néanmoins, le calcul posé régresse, on y reviendra.

- L'importance accordée à la langue en mathématiques est aussi un élément de continuité, mais nettement accentué en 2002. Les mathématiques se parlent et s'écrivent. En 1985, à l'occasion de la résolution de problèmes, les maîtres sont invités à « *habituer les élèves (...) à exprimer, oralement et par écrit, leurs démarches (...). C'est l'occasion pour l'élève de s'approprier le langage mathématique, en restant attentif aux interférences éventuelles avec la langue courante* ». Passée sous silence en 1995, cette préoccupation se retrouve en 2002 avec une acuité nouvelle due au contexte du plan ministériel sur la maîtrise de la langue. A l'oral, et en cohérence avec la démarche constructiviste, il est demandé de partir de l'expression des élèves « les formulations spontanées des élèves prévalent ». On insiste sur les difficultés de lecture des élèves en demandant un travail spécifique sur la lecture des énoncés. Enfin, une indication importante est donnée sur la nature des écrits en mathématiques : « *écrits pour chercher, écrits pour communiquer une démarche, écrits de référence* ».

La lecture comparée de ces quatre derniers programmes permet aussi de noter des points d'évolution.

- Dans la forme et dans l'esprit, les programmes de 2002 apparaissent comme un retour à ceux de 1980 ; ceux de 1985 et 1995 paraissent très voisins, avec un parti pris d'écriture présentant une certaine simplicité d'expression et d'usage.

- Une même tendance à déplacer des contenus vers les niveaux supérieurs, par exemple les opérations sur les décimaux, les grands nombres, le calcul posé en général, conduit à réduire progressivement l'extension des programmes. Ces modifications sont toujours justifiées par la nécessité de limiter des ambitions que l'on n'atteint pas pour assurer une meilleure réussite dans la maîtrise des notions au programme ; s'il s'agit de « faire un peu moins », il faut aussi « faire mieux ».

Le programme de 1985 incluait la multiplication et la division de deux nombres décimaux, à la fois au niveau des techniques opératoires et des calculs approchés. Le programme de 1995 se limite à la multiplication et à la division d'un décimal par un entier. Le programme de 2002 réduit encore l'objectif : pour la multiplication, « *calculer le produit de deux entiers ou le produit d'un décimal par un entier (3 chiffres par 2 chiffres), par un calcul posé* » ; pour la division, il n'est plus question de division décimale puisque la compétence visée est « *calculer le quotient et le reste de la division euclidienne d'un nombre entier (d'au plus 4 chiffres) par un nombre entier (d'au plus quatre chiffres), par un calcul posé.* »

C'est aussi le cas pour la fréquentation des grands nombres. Les extraits de programme qui viennent d'être cités montrent que l'on ne « joue » plus avec les nombres supérieurs à 10 000. Cette limitation peut d'ailleurs surprendre car on sait que les élèves sont souvent très curieux de parler et d'écrire les grands nombres.

La limitation est aussi très sensible dans les directives sur le calcul posé. Si les programmes des années 1978 et 1980 conseillaient de construire les techniques opératoires en explicitant les procédures, par exemple la division euclidienne en posant les multiplications et les soustractions successives, les programmes de 2002 – tout au moins les documents d'accompagnement – indiquent que « *la technique " dépouillée " de la division n'est pas une compétence visée, ni à l'école primaire, ni au collège* ». Cette restriction est à placer dans le contexte donné par les documents d'application : « *le calcul posé ne doit pas faire l'objet d'une virtuosité excessive* » et à situer dans le contexte du développement de l'usage des calculatrices.

On pourrait également citer la disparition du calcul du périmètre du cercle qui figurait au programme jusqu'en 2002. Les documents d'accompagnement précisent « *le calcul du périmètre à l'aide d'une formule n'est pas au programme du cycle 3 et l'introduction du nombre π relève du collège ».*

- De plus en plus, on recherche la plus grande précision possible dans la définition des compétences à faire acquérir. Ainsi pour les aires, en 1995, le programme indiquait simplement : « aire d'un rectangle ». En 2002, le programme est plus précis : « *les aires : comparaison de surfaces selon leurs aires, différenciation de l'aire et du périmètre, mesure d'aires à l'aide d'une unité donnée, unités usuelles (cm^2, dm^2, m^2, km^2) et leurs relations ; l'aire d'un rectangle* » ; il est de plus précisé par la liste des compétences de fin de cycle : « *classer et ranger des surfaces (figures) selon leur aire (par superposition, découpage et recollement ou pavage par une surface de référence)* ; *construire une surface qui a même aire qu'une surface donnée (et qui ne lui est pas superposable)* ; *différencier aire et périmètre d'une surface, en particulier savoir que deux surfaces peuvent avoir la même aire sans avoir nécessairement le même périmètre et qu'elles peuvent avoir le même périmètre sans avoir nécessairement la même aire ; etc. ».*

- La volonté d'une approche interdisciplinaire, est plus nettement affirmée en 2002 que par le passé, que ce soit dans un souci de cohérence globale, ou pour nourrir l'activité mathématique à travers la résolution de problèmes donnant du sens aux notions étudiées – « *les mathématiques doivent offrir les ressources utiles à d'autres disciplines qui, en retour, leur apportent un questionnement et leur permettent de progresser* » –, ou pour développer les compétences dans le domaine de la langue orale et écrite. Soulignons aussi que les mathématiques sont inscrites dans le champ de l'éducation scientifique.

Vers le socle commun de connaissances et compétences

Dans une réflexion sur les objectifs des systèmes d'enseignement, le Conseil européen de Lisbonne (2000) a demandé que soient définies « *des nouvelles compétences de base dont l'éducation et la formation tout au long de la vie doivent permettre l'acquisition* »[10]. La notion de compétences-clés s'introduit progressivement dans la plupart des systèmes éducatifs.

La loi du 23 avril 2005 d'orientation et de programme pour l'avenir de l'école prévoit que « *la scolarité obligatoire doit au moins garantir à chaque élève les moyens nécessaires à l'acquisition d'un socle commun constitué d'un ensemble de connaissances et de compétences qu'il est indispensable de maîtriser pour accomplir avec succès sa scolarité, poursuivre sa formation, construire son avenir personnel et professionnel et réussir sa vie en société* ».

[10] Sommet européen de Lisbonne, Conclusions de la Présidence, 23 et 24 mars 2000, http://www.info-europe.fr/document.dir/fich.dir/QR001100.htm

Ce cadre peut contribuer à changer l'image des mathématiques. Malgré les efforts d'une majorité de professeurs, les mathématiques constituent pour bon nombre d'élèves un obstacle à leur réussite scolaire et laissent des traces durables et négatives dans les mémoires. Il faut certainement, dès l'école primaire, montrer l'importance des mathématiques dans la vie sociale et mettre en évidence parallèlement la puissance des outils mathématiques inventés par les hommes pour résoudre de multiples problèmes.

Dans ses recommandations du 23 mars 2006, le Haut conseil de l'éducation propose pour les mathématiques « *de donner une importance accrue à la résolution de problèmes à partir de situations ouvertes et proches de la réalité, et d'insister sur :*

- *la nécessité de créer aussi tôt que possible des automatismes en calcul (calcul mental, apprentissage des quatre opérations) ;*
- *le rôle et l'apprentissage de la démonstration dans la démarche mathématique ;*
- *la notion de chance, de probabilité, d'incertitude (...) ;*
- *la proportionnalité, notamment la " règle de 3 " ;*
- *les représentations graphiques (tableaux, diagrammes, points sur un axe, dans un repère). »*

Il nous paraît indispensable d'engager un travail qui conduira à un tableau de compétences réparties par champs et de capacités ou habiletés en regard de chaque compétence. Les tableaux de compétences disponibles dans les documents d'application serviront de base à ce travail d'approfondissement. Par ailleurs, cette réflexion sur les compétences-clés devrait s'accompagner d'un travail sur l'évaluation. La notion de portefeuilles de compétences ou de portfolio reste à développer à ce niveau de la scolarité.

Résumé : depuis quelque cent vingt ans, les programmes de mathématiques de l'école primaire ont évolué dans leur forme et leur contenu. Après un long temps de continuité (1887-1970), une rupture majeure a été effectuée avec l'introduction des « mathématiques modernes ». Si la durée d'application du programme de 1970 a été brève, son influence a été forte et globalement peu favorable à l'image des mathématiques. Durant le dernier quart de siècle, les quatre programmes qui se sont succédé font preuve d'une grande continuité d'esprit avec une orientation fortement marquée par les acquis de la didactique et une priorité à la notion de problème. Les contenus eux-mêmes ont peu changé même si leur extension s'est un peu réduite : maîtrise des opérations, approche des décimaux et des fractions simples, proportionnalité, représentations graphiques, éléments simples de géométrie plane et dans l'espace, mesures de grandeurs usuelles.

La question du niveau des élèves

Cette question du niveau des élèves est posée régulièrement pour les mathématiques comme pour les autres disciplines. Les élèves des années 2000 ont-ils des connaissances supérieures, égales ou inférieures à ceux des générations précédentes ? De temps à autre, des « cris d'alarme » sont poussés : les élèves ne sauraient plus compter, ils n'apprendraient plus les tables d'addition et de multiplication, ils ne sauraient plus poser des opérations ; faire une division, résoudre un problème élémentaire poserait plus de difficultés aux élèves d'aujourd'hui qu'à ceux d'hier. Que sait-on de la réalité des performances des élèves de l'école primaire en mathématiques à différentes époques ?

La société a bien changé depuis Jules Ferry et Ferdinand Buisson. D'une vie rurale, on est passé à une urbanisation avec ses phénomènes de concentration de difficultés dans certains secteurs. La scolarité a été allongée, le niveau d'études des Français a été élevé, mais dans le même temps, l'école a cessé d'apparaître pour certains comme le moyen de sortir d'une condition difficile. La science qui paraissait conditionner le progrès de l'humanité et en particulier le progrès social a pris une image globalement négative ; elle semble source pour certains de maux tels que la bombe atomique, les modifications génétiques, la pollution atmosphérique, etc. À l'inverse, les techniques de plus en plus sophistiquées (l'informatique et la communication électronique par exemple) ont envahi la vie quotidienne. L'environnement de l'école a donc considérablement changé. L'école a vu le temps de travail des élèves modifié à plusieurs reprises et globalement réduit (26 heures hebdomadaires au lieu de 30). La dernière année du cycle 3 marque la fin de l'école primaire, mais est en continuité avec le collège, autre lieu d'accueil de la scolarité obligatoire. Il y a un siècle et même moins – un demi-siècle–, l'école primaire était le seul lieu de scolarisation de la plupart des élèves, une hiérarchie étant établie préalablement selon les lieux de vie et en fait selon les catégories socioprofessionnelles. Ces quelques mots de rappel n'ont d'autre but que de signifier la difficulté des comparaisons inter-générationnelles.

Pourtant l'exercice est intéressant à effectuer pour peu que l'on dispose d'éléments de rapprochement. La recherche de matériaux disponibles dans les différentes directions du ministère a conduit à constater l'absence relative de documents sur le sujet. On pourrait d'ailleurs s'étonner de ce faible souci de l'instance ministérielle d'évaluer le niveau des élèves de manière suivie et le regretter ; en réalité, là aussi, on ne peut pas caler notre vision contemporaine sur les réalités historiques. Le système éducatif de la première moitié du XXe siècle répondait à une autre logique et disposait de ses propres règles d'évaluation avec le certificat d'études comme couronnement des études élémentaires. Aujourd'hui, et alors que tous les élèves sont scolarisés pratiquement jusqu'à 18 ans, le besoin d'évaluer est différent.

Une comparaison à 70 ans d'intervalle

Notre recherche d'éléments nous a conduits à relire un document publié par la Direction de l'évaluation et de la prospective en 1996 *Connaissances en français et en calcul des élèves des années 20 et d'aujourd'hui*.[11] Cette étude a consisté à comparer des copies de certificat d'études primaires des années 1923, 1924 et 1925 d'élèves de la Somme à des résultats d'élèves composant sur des épreuves analogues en 1995. Les responsables de l'étude, après avoir pris un certain nombre de précautions méthodologiques et souligné que

[11] *Connaissances en français et en calcul des élèves des années 20 et d'aujourd'hui,* Les dossiers éducation et formations, n° 62, février 1996, DEP, Ministère de l'éducation nationale

les élèves des années 20 « *étaient fortement préparés et entraînés, pendant au moins une année scolaire aux types d'épreuves et aux conditions de l'examen* », ce qui évidemment n'était pas le cas pour ceux qui passaient les épreuves en 1995, dressent le constat suivant pour ce qui concerne le calcul : « *Au total, les résultats (...) sont à peu près équivalents (...) en calcul pour les trois opérations de base (addition, soustraction, et divisions de nombres entiers) ; ils sont en baisse, légère en multiplication (...) et dans la résolution du type de problèmes posés dans les années 20. (...) Les élèves d'aujourd'hui tout en ayant des connaissances plus larges sur des parties nouvelles ou peu enseignées autrefois (en géométrie par exemple) ont plus de difficultés dans certains de ces exercices parce qu'ils y sont moins entraînés*. »

Vingt-cinq ans d'évaluations nationales en sixième

Depuis 1989, chaque année, tous les élèves de sixième passent en début d'année scolaire une épreuve d'évaluation dont les objectifs sont d'une part « *d'établir des références nationales* », d'autre part « *d'améliorer la connaissance individuelle des élèves* » par leurs maîtres. Cette démarche, si elle est devenue annuelle en 1990, avait en fait débuté par des expériences dix ans auparavant.

Nous avons cherché à mettre en relation :

- d'une part, les campagnes réalisées à l'entrée en sixième en 1980 et en fin de CM2 en 1981, d'évaluation des « savoirs et des savoir-faire » des élèves, en mathématiques et en français, l'objectif étant précisé de la manière suivante « *Il ne s'agit en aucun cas d'évaluer les élèves, ni d'évaluer les enseignants. Il s'agit d'évaluer le système éducatif* » : considération essentielle pour notre étude. Les résultats font l'objet d'un document[12] publié par le ministère de l'Education nationale sous le triple timbre de la direction des écoles, de la direction des collèges et du service de l'informatique de gestion et des statistiques ;

- d'autre part, les évaluations réalisées de 1999 à 2005 sous l'égide de la direction de l'évaluation et de la prospective ; les documents[13] d'analyse et de synthèse publiés par la Direction de l'évaluation et de la prospective (DEP) et disponibles sur le site spécialisé du ministère Educ-Eval[14]permettent d'établir des comparaisons.

Les comparaisons auxquelles nous nous sommes livrés et les enseignements que nous en tirons appellent *a minima* les réserves ou précautions suivantes. Les populations des deux études ne sont pas rigoureusement semblables. En 1981-82, l'étude a porté à la fois sur des élèves de CM2 et des élèves de sixième sachant que ne sont pris en compte que les élèves admis en sixième et les enfants qui entrent pour la première fois en collège. Se trouvent donc éliminés du champ les élèves les plus faibles, c'est-à-dire appelés à redoubler une classe de CM2 ou de sixième alors que l'évaluation, vingt ans plus tard, prend en compte la totalité des

---

[12] Education et formation, études et documents, Numéro spécial : *évaluation pédagogique dans les écoles et les collèges CM2/ 6ème* , n° 3, 1983.
[13] Évaluations CE2/6ème/5ème, repères nationaux septembre 2002, Les dossiers, n°141, avril 2003.
Évaluations CE2/6ème, repères nationaux septembre 2001, Les dossiers, n°128, mars 2002
Évaluations CE2/6ème, repères nationaux septembre 2000, Les dossiers, n°124, août 2001
Évaluations CE2/6ème, repères nationaux septembre 1999, Les dossiers, hors série, décembre 2000
Évaluations CE2/6ème, repères nationaux septembre 1998, Les dossiers, n°111, août 1999
[14] http://cisad.adc.education.fr/eval/

élèves. Il est clair qu'il faut donc avoir en arrière-plan cet élément d'autant plus essentiel que le taux de redoublement au début des années 80 était très élevé[15].

Précisons également que nous nous sommes bien sûr limités à une comparaison sur les mathématiques et que nous n'avons pas pris en compte certains aspects de l'étude de 1980 comme celle qui portait sur l'effet de la rupture des vacances sur les performances, les résultats observés à la rentrée en sixième étant généralement inférieurs à ceux de fin juin en CM2.

Ces précautions étant prises, nous pouvons dresser deux constats : l'un sur les épreuves elles-mêmes, l'autre sur les résultats.

Les épreuves

En 1980, les épreuves sont constituées de 82 questions (le texte parle des « aspects étudiés ») réparties dans 22 exercices eux-mêmes classés dans six catégories :

- notion de nombre : 18 questions
- opérations : 19 questions
- problèmes élémentaires de la vie courante : 21 questions
- reconnaissance d'objets géométriques : 7 questions
- mesures : 8 questions
- aptitude au raisonnement : 9 questions.

Dans les années 2000, le langage utilisé est plus sophistiqué : les textes parlent de « capacité », de « compétence », de « composante ». En 2002, ce sont 77 questions (dites « items ») réparties en 39 exercices eux-mêmes classés dans 5 catégories.

- numération et écriture des nombres : 17 questions
- traitements opératoires : 18 questions
- problèmes numériques : 6 questions
- travaux géométriques : 20 questions
- traitement de l'information : 16 questions

Les intitulés marquent déjà des évolutions d'ordre sémantique. En ce qui concerne les problèmes, l'appellation *vie courante* disparaît au profit de *numériques*. Le terme « traitement » revient à deux reprises probablement sous l'influence de l'informatisation de la société : on ne ferait plus d'opérations, on les *traiterait*. Au lieu de vérifier une « aptitude au raisonnement », on « traiterait » de l'information, si l'on peut rapprocher ces intitulés. Sur le fond, en considérant que les nombres d'exercices sont voisins (5 d'écart), on note des nombres équivalents pour le nombre et les opérations. En rassemblant les rubriques géométrie et mesures de 1980, on obtient 15 questions contre 20 aux travaux géométriques en 2002, ce qui est assez proche. La différence majeure porte donc sur les problèmes puisqu'en 1980, 21 questions portaient sur les *problèmes élémentaires de la vie courante*, soit plus du quart, et 9 *sur l'aptitude au raisonnement,* soit au total 30 (36%), alors qu'en 2002, en regroupant les 6 *problèmes numériques* et les 16 questions classées *en traitement de l'information*, on n'obtient que 22 questions, soit 29%. Il y a donc une baisse significative de la présence de

[15] Le rapport du Haut conseil de l'évaluation de l'école sur le redoublement (Jean-Jacques Paul ; Thierry Troncin, décembre 2004) indique qu' en CM2, 37,3% avaient alors un ou deux ans de retard (page 6). Ce retard est de l'ordre de 20 % aujourd'hui.

problèmes et même une perte très forte de la notion de problèmes de vie courante, ce qui ne peut que surprendre car les programmes successifs de 80, 85 et 95 ont mis cette notion au premier plan des objectifs. L'explication que nous avançons est une lecture des programmes valorisant essentiellement d'une part les problèmes qui contribuent à construire les notions nouvelles, d'autre part les problèmes dits de recherche. La catégorie des exercices d'entraînement ou d'apprentissage systématique serait délaissée. Les évaluations reflètent en tout cas cette relative disparition d'exercices simples et de vie courante. Une autre explication peut être cherchée du côté des techniques d'évaluation et d'analyse des résultats des élèves : les problèmes « de vie courante » conduisent les élèves à des activités complexes mettant en jeu de nombreuses compétences qui ne sont pas « directement mathématiques » (lecture, compréhension verbale, modélisation de la réalité, etc.) et qui sont difficilement dissociables les unes des autres. Ce ne sont pas de « bonnes » épreuves dans la perspective d'une évaluation analytique des lacunes des élèves.

L'évaluation en sixième réalisée en 2005 comportait 35 exercices et 101 items regroupés en cinq entrées – espace et géométrie, exploitation des données numériques, grandeurs et mesures, connaissance des nombres, calcul – marquant une nouvelle évolution par rapport à 2002, en rapport avec les nouveaux programmes.

Les difficultés des élèves à l'entrée en sixième

Les évaluations précitées permettent d'apprécier les principales difficultés des élèves des années 2000 et de donner quelques éléments de comparaison à vingt d'ans d'intervalle.

1. Dans le domaine du calcul, maîtrise imparfaite des tables de multiplication (un élève sur quatre ne maîtrise pas totalement les tables de multiplication).

L'opération posée *64* x *39* (évaluation sixième 2001) n'est correctement réussie que par 54 % des élèves, l'analyse des erreurs conduisant le groupe de suivi national au commentaire suivant : « *pour la multiplication, la majorité des réponses erronées provient d'une mémorisation insuffisante des tables et non pas de la technique* »[16]. En 2000, les deux multiplications posées *45* x *19* et *523* x *305* conduisent respectivement à 67 % et 60 % de résultats exacts.

L'évaluation de 1980 ne nous renseigne qu'imparfaitement puisqu'une seule multiplication posée était demandée.

```
  .02        Chaque point est à compléter par un chiffre.
x .8
 3.1.
 .0.
11…
```

[16] N° 128 - Évaluations CE2 - sixième Repères nationaux septembre 2001, page 230

Le score de réussite est de 57 % ; les erreurs sont imputables non seulement à une mauvaise connaissance des tables, mais aussi à la nature même de l'exercice. En tout cas, l'ensemble de ces exercices montre que les techniques ne sont pas installées complètement à l'entrée en sixième et qu'un travail de reprise et de consolidation est à effectuer.

2. Résultats faibles en calcul mental. *40 fois 25* n'est réussi que par 35 % des élèves (2005), *52 divisé par 4* par moins de 40 % des élèves (1999, 2000, 2001), *4 multiplié par 2,5* par un élève sur 2 (2001) ; *cent divisé par quatre* n'est réussi que par six élèves sur 10 (2000).

Des exercices donnés par écrit (évaluations 1999, 2000 et 2001) *2,3* x *10* et *630 : 10* ne sont réussis que par 2 élèves sur 3 ; *35,2* x *100* et *936 : 100* par moins d'un élève sur 2. Le calcul approché de *5 multiplié par 29,97* est réussi par moins d'un élève sur 3 (2001).

En 1980, les items de calcul mental n'étaient pas mieux réussis. La multiplication d'un entier par un décimal donne des résultats voisins : *45 multiplié par 0,2* est réussi par 43 % des élèves. *170 multiplié par 0,5* est réussi par 41 % des élèves. *14 divisé par 20* par 43 % des élèves.

Les calculs faisant appel à une addition ou une soustraction sont mieux réussis, tant dans les années 2000 qu'en 1980. Ainsi, deux additions conduisant à un multiple de 10 obtiennent des résultats très proches : en 1980, *195 + 205* : 88 % de réussite ; en 2002, *47 + 33* : 86 % de réussite.

Idem pour les additions de deux décimaux : en 1980, *37,8 + 12,2* : 68 % de réussite ; en 2002, *1,7 + 2,3* : 64 % de réussite.

Les deux soustractions de nombres entiers à deux chiffres obtiennent des résultats différents, mais celle de 2002 est visiblement plus difficile (14 % des élèves ont répondu 51). En 1980, *56 - 20* : 93 % de réussite ; en 2002, *60 - 19* : 67 % de réussite.

3. Les nombres décimaux sont mal compris : 25% des élèves considèrent un nombre décimal comme la juxtaposition de deux entiers (2005).

En 2002, 72,4 % mettent dans un ordre correct les décimaux *0,22 ; 2 ; 2,02*, … (ci-dessous). Ils sont 58 % à placer 3,1 entre 3,07 et 3,15 (voir ci-dessous).

Range les nombres du plus petit au plus grand : 2   2,02   22,2   22,02   20,02   0,22

Voici 5 nombres rangés du plus petit au plus grand. Écris le nombre 3,1 à la place qui convient.   …2,93…3…3,07…3,15…3,4   EXERCICE 2002

En 1980, environ deux élèves sur trois réussissent les exercices suivants (66%, 60 %, 69 % respectivement).

Dans chaque ligne, souligne le plus grand des nombres : 0,51 0,072 1,015 1,05 Mets entre les 2 nombres de chaque ligne le signe qui convient (<, > ou =) : 0,0095 0,00950 EXERCICE 1980

Les deux exercices étant un peu plus complexes en 2002, on peut même dire que les élèves de 2002 réussissent légèrement mieux dans la comparaison de décimaux que leurs prédécesseurs des années 80.

4. Les fractions simples ne font pas sens : à peine la moitié des élèves utilise, à bon escient, les expressions telles que « double », « moitié », « tiers », « quart » (2005). « *Ecrivez le quart de cent* » conduit à un résultat exact pour seulement 2 élèves sur 3 (1999, 2000, 2001). En 1980, 44% des élèves de sixième trouvaient 70 pour le tiers de 210 : la « performance » est donc comparable et ce type de difficulté est bien connu.

5. En géométrie, des difficultés existent dans la réalisation de tracés appelant un usage raisonné des outils. Une moitié des élèves parvient à tracer une parallèle à une droite donnée passant par un point, ce qui est relativement faible (2005) ; deux élèves sur 3 tracent correctement la perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné (2000 ; en 2001, le même exercice n'est réussi que par 58 % des élèves). Le tracé d'un cercle de centre donné et passant par un point (2001) est réussi par 58 % des élèves également. Seulement 16% tracent un cercle de diamètre donné (2005).

Les comparaisons ne sont pas aisées car les deux exercices des épreuves de 1980 ne mobilisaient pas les compétences précédentes. Il s'agissait de former un rectangle et un parallélogramme en joignant les points donnés d'un quadrillage et de reconnaître un patron de polyèdre (tronc de pyramide à base carrée) parmi cinq possibilités. Toutefois, on peut faire quelques rapprochements. En ce qui concerne la connaissance du rectangle, en 1980, 83 % des élèves joignent correctement quatre points sur un quadrillage. En 2002, un exercice demandant de trouver un rectangle parmi trois figures conduit à ce même score de réussite (83 %). On leur demandait également de justifier leur choix (46 % d'argument mathématique suffisant). On peut donc conclure que la reconnaissance du rectangle en tant que figure est acquise au même niveau. De plus, en 2002, on note une certaine exigence de validation.

En ce qui concerne le développement et les patrons d'un solide, en 2002, les élèves avaient un exercice de reconnaissance à effectuer (parallélépipède rectangle) : 64 % reconnaissent un patron, 35 % maîtrisent la notion en ne commettant aucune erreur. En 1980, pour chaque possibilité donnée, les élèves réussissent de 50 % à 90 %. Compte tenu du fait que l'exercice de 1980 portait sur un solide plus complexe, cette notion paraît moins bien maîtrisée en 2002.

6. Pour les mesures, plus d'un tiers des élèves des années 2000 ne savent pas convertir des kilogrammes en grammes ou des millimètres en centimètres. L'appel à l'écriture décimale fait encore chuter les résultats puisque seulement un sur deux convertit des mètres en kilomètres.

Ces résultats n'étaient pas meilleurs il y a vingt ans puisque les deux exercices posés (encadré ci-dessous) conduisent à des scores de réussite respectivement de 65 % et 69 %.

Une corde mesure 1,4 mètre ; elle mesure…centimètres.
Ce paquet pèse 4 570 grammes ; il pèse…kilogrammes.

7. Comparaison relative à la résolution de problèmes

Les problèmes proposés à vingt ans d'intervalle sont très différents. En 1980, on cherche essentiellement à vérifier si les élèves reconnaissent des situations multiplicatives et de proportionnalité. La plupart des exercices sont à une seule opération ; un exercice est plus complexe et appelle un effort de raisonnement. En 2002, on teste des capacités de lecture et de compréhension de graphiques, de diagrammes, activité rendue nécessaire par la multiplication des sources d'information.

Les exercices qui apparaissent les plus aisés à comparer sont ceux qui se rapportent à la proportionnalité. En 1980, 92 % des élèves réussissent correctement un exercice de proportionnalité directe (calcul du nombre de journaux) contre 68 % en 2002 (calcul de la hauteur du toit).

QUESTIONS 1980

En 5 minutes, une machine d'imprimerie effectue le tirage de 50 journaux. Complétez les tableaux

minutes	Nombre de machines	Nombre de journaux
5	1	50
5	3	
minutes	**Nombre de machines**	**Nombre de journaux**
5	1	50
	5	50
minutes	**Nombre de machines**	**Nombre de journaux**
5	1	50
	5	500

QUESTIONS 2002

On a dessiné une maison

Complète le tableau

	Maison	Maison agrandie
Hauteur des murs	4 cm	12 cm
Hauteur de la porte	2 cm	
Longueur du haut du toit	3 cm	
Hauteur de la cheminée		3 cm
Hauteur de la fenêtre	1,5 cm	

Écris les calculs que tu as faits pour trouver la hauteur de la fenêtre.

L'exercice suivant proposé en 2001 a conduit à des scores de réussite supérieurs à 60 % pour les deux premières questions qui appellent la mise en œuvre des propriétés de linéarité, la troisième question plus compliquée n'étant réussie qu'à 42 %.

30 morceaux de sucre pèsent 240 grammes. 50 morceaux de sucre pèsent 400 grammes. Dans chaque cas, remplace les pointillés par le nombre qui convient.
80 morceaux de sucre pèsent ... grammes ; 15 morceaux de sucre pèsent ... grammes.
J'ai mis des morceaux de sucre sur une balance, elle indique 1200 grammes. Il y a ... morceaux de sucre sur la balance.

En 2005**,** un exercice demandait le coût de 9 objets sachant que 6 coûtaient 150 € : la réussite était de 61 %. On observe donc une chute sur ce point. Cette chute est confirmée sur le calcul d'une proportionnalité inverse : 72 % de réussite en 1980 contre 53 % en 2002.

Depuis quelques années, les évaluations comportent des exercices qui cherchent à vérifier la compétence de lecture de graphiques ou de documents. En 2001, l'exercice suivant est réussi par trois élèves sur quatre pour les questions a, c et d. La question b qui est la seule à appeler un calcul – pourtant simple – n'est réussie que par un élève sur trois.

Voici les horaires de trains qui partent de Paris et vont en direction de Nantes, en traversant Chartres, Le Mans et Angers.

	Numéro du train			
	207	*209*	*546*	*1402*
Paris	*6h30*	*7h30*	*9h30*	*11h30*
Chartres	*7h*		*10h15*	*12h*
Le Mans	*8h*		*11h*	
Angers	*9h*	*9h45*	*12h 15*	
Nantes	*10h30*	*11h*		*14h30*

a) En partant de Paris, Clémentine doit arriver au Mans avant 10 heures. Indique le numéro du train qu'elle doit prendre. Train n° ...
b) Luc se rend de Chartres à Nantes. Il veut prendre le train le plus rapide. Indique le numéro du train qu'il doit prendre. Train n° ...
c) Capucine se rend à Angers en partant de Paris. Elle a un rendez-vous important à 11heures. Indique le numéro du train qu'elle peut prendre. Train n° ...ou n°...
d) Victor est arrivé à destination à 9h45. De quelle ville est-il parti ? Dans quelle ville est-il arrivé ?

Ce même type d'exercice, donné en 2000, est lui aussi très bien réussi : 8 à 9 élèves sur 10 selon les questions.

Voici un tableau concernant la composition de quelques aliments :

Pour 100 g d'aliment	Nombre de calories	Sucres en gramme	Graisses en gramme
Pain	262	57	1
Lait	67	5	4
Beurre	735	1	81
Epinards	24	3	0
Pomme	57	13	0
Chocolat	526	62	30

Combien y-a-t-il de calories dans 100 grammes de lait ? Quels sont les aliments qui contiennent plus de 30 g de sucres pour 100 g d'aliment ? Quels sont les aliments qui ne contiennent pas de graisses ?

Ces exercices qui n'existaient pas dans les évaluations de 1980 sont à situer dans le contexte du développement de la société d'information et de la multiplication des documents de toute nature. Savoir lire l'information, la traiter, l'interpréter est une compétence qui n'est pas propre aux mathématiques, même si le programme de 2002 la place dans le domaine e*xploitation de données numériques* alors qu'elle serait plutôt à classer parmi les compétences générales.

Le niveau de performance des élèves se maintient globalement

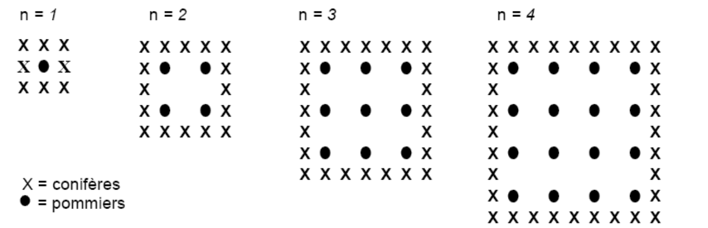
En soulignant à nouveau que les comparaisons entre les générations d'élèves sont véritablement délicates à établir, on peut néanmoins estimer que les performances globales des élèves entrant en sixième dans les années 2000 sont de même niveau que celles de leurs prédécesseurs de 1980 qui, en outre, ne semblaient pas inférieures à celles des années 1920. Comme dans bien des cas les résultats sont identiques, on pourrait même soutenir l'affirmation que le système éducatif réussit plutôt mieux maintenant car l'étude porte sur tous les élèves alors qu'en 1980, une sélection était opérée. En outre, le niveau d'exigence qui transparaît à travers les évaluations nationales n'a pas globalement baissé. Certaines compétences nouvelles sont apparues comme « l'attention portée à la lecture de l'information et à sa compréhension », ce qui peut expliquer une certaine réussite à l'évaluation PISA dans le domaine de la résolution de problèmes.

Cela ne doit toutefois pas cacher les questions que peut poser l'évolution des programmes : la quasi-disparition des problèmes simples de vie courante (sans oublier toutefois l'exigence de modélisation mathématique de situations de la vie courante portée par l'enseignement des sciences et même quelquefois de la géographie ou de l'histoire), une place moindre faite aux nombres décimaux, la vision dans l'espace qui n'est probablement pas assez exercée. Il ne faut pas non plus considérer qu'il n'y a pas de marge de progrès sur les axes où les résultats sont peu satisfaisants aux diverses époques : calcul mental, calcul en général, connaissance des nombres décimaux, fractions simples…

Le contexte international (PISA)

La réflexion sur le niveau des élèves français mérite d'être éclairée par les évaluations internationales. Depuis 2000, et selon un rythme trisannuel, PISA (programme international pour le suivi des acquis des élèves) évalue les compétences des élèves de 15 ans dans trois domaines : compréhension de l'écrit, culture mathématique, culture scientifique. PISA ne concerne donc pas directement l'école élémentaire. Toutefois, l'examen des centres d'intérêt et l'observation des performances des élèves français sont utiles à la réflexion pour l'enseignement donné en amont des structures secondaires.

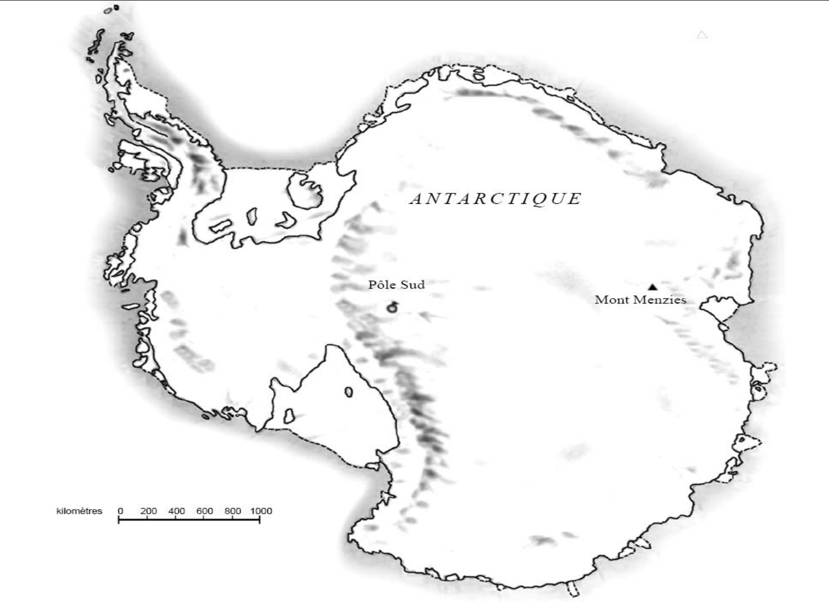
En 2000, les problèmes posés aux élèves[17] appelaient des compétences diversifiées. Celui sur les pommiers - « *Un fermier plante des pommiers en carré. Afin de protéger ces arbres contre le vent, il plante des conifères tout autour du verger.* » - demandait d'abord de compléter un tableau donnant le nombre de pommiers et le nombre de conifères, puis de généraliser.



n	Nombre de pommiers	Nombre de conifères
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

Le problème « l'Antarctique » mettait en jeu des connaissances sur les mesures de longueur et d'aire : il s'agissait de savoir lire une carte, de donner des ordres de grandeur et de connaître des formules de calcul d'aires élémentaires (rectangle et disque éventuellement).

[17] Site Educ Eval de la Direction de l'évaluation et de la prospective, http://educ-eval.education.fr/pdf/pisaexos3.pdf consulté le 11 mai 2006

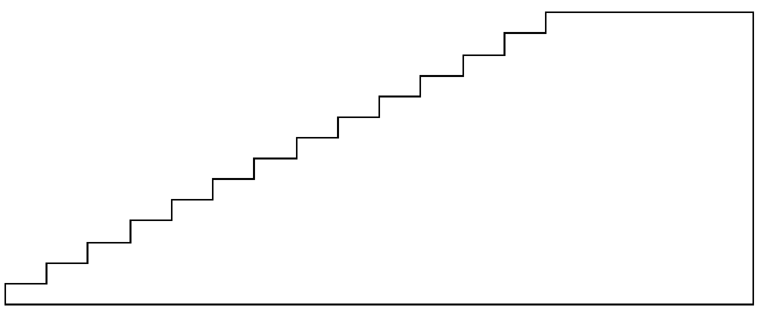


Il s'agissait de donner d'abord la distance approximative entre le Pôle sud et le Mont Menzies, puis d'estimer l'aire de ce continent.

A travers ces deux exemples, on perçoit que des compétences générales doivent être mises en jeu ; il s'agit en particulier de passer d'une situation concrète à un modèle mathématique, de réaliser des raisonnements déductifs, de faire preuve de cohérence lorsque l'on donne un résultat. Un troisième problème partait d'un graphique présentant les variations de vitesse d'une voiture de course sur un circuit plat de 3 km au cours d'un tour ; à l'inverse des deux premiers exemples, il s'agissait de passer d'un modèle mathématique à une réalité : des compétences de lecture d'un graphique et d'interprétation étaient sollicitées.

En 2003, les problèmes étaient classés en quatre domaines : espace et formes, variations et relations, quantité, incertitude. En « espace et formes », on relève par exemple un problème qui appelle des connaissances élémentaires en matière de calcul (savoir diviser 252 par 14), mais surtout des capacités de tri des données utiles et une représentation mentale de la situation qui conduit à cette division.

Le schéma ci-dessous représente un escalier de 14 marches, qui a une hauteur totale de 252 cm :



Hauteur totale 252 cm

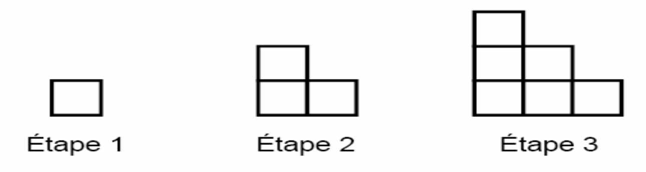
Profondeur totale 400 cm

Quelle est la hauteur de chacune des 14 marches ?

En « variations et relations », plusieurs problèmes partaient de situations de la vie courante : évaluation des qualités de voitures, horaires de communication sur Internet, taille des jeunes hommes et des jeunes femmes : il s'agissait là aussi de comprendre et d'interpréter des graphiques.

En « quantité », certains problèmes relevaient aussi de la vie courante ; conversion d'unités monétaires, des achats à effectuer en comparant des prix, etc. D'autres avaient un caractère plus abstrait ; ainsi, celui sur les escaliers :

Rémy réalise un motif en escalier en utilisant des carrés. Il suit les étapes suivantes : Comme on peut le voir, il utilise un carré à l'étape 1, trois carrés à l'étape 2 et six carrés à l'étape 3.



Combien de carrés devra-t-il utiliser à l'étape 4 ?

En « incertitude », un exercice appelait une compréhension de la notion de probabilité : « *Au cours des vingt prochaines années, la probabilité qu'un tremblement de terre se produise à Zedville est de deux sur trois* ». Les élèves devaient choisir la réponse correcte parmi quatre propositions. Un autre appelait un jugement sur un type de représentation statistique : le diagramme en bâtons.

L'ensemble des exercices diffusés par la direction de l'évaluation et de la prospective du ministère met donc en évidence des grandes tendances de l'évaluation PISA : les problèmes ont majoritairement un caractère concret, une proximité à la vie de l'élève ; les capacités en lecture de documents, de représentations graphiques sont très présentes ; les capacités inductives et déductives sont mobilisées dans ces situations courantes. On ne trouve pas de problèmes faisant appel à des connaissances et des compétences en algèbre, en trigonométrie ou à des théorèmes géométriques. De plus, PISA reste essentiellement dans le champ des compétences et connaissances de l'école primaire, sans appel à des opérations compliquées. La note de la DEP sur les résultats de l'enquête 2003 se conclut d'ailleurs en rappelant que PISA vise à évaluer[18] « *la capacité des jeunes adultes de 15 ans approchant de la fin de la scolarité obligatoire, quel qu'ait été leur parcours scolaire, à exploiter leurs connaissances et compétences pour faire face aux situations de la vie réelle*. »

Résumé : Les comparaisons relatives au niveau des élèves sont particulièrement difficiles à établir car d'une part, les documents sont peu abondants, d'autre part, les évaluations à travers les décennies n'ont pas porté sur les mêmes compétences et ne concernent pas exactement la même population d'élèves. Pour ce qui peut être comparé, notamment entre 1980 et maintenant, il semble que les résultats des élèves sont sensiblement identiques à l'entrée en sixième. L'évaluation PISA évalue des compétences et des connaissances dont la plupart sont travaillées dès l'école primaire, les programmes portant une attention particulière à la résolution de problèmes.

[18] Direction de l'évaluation et de la prospective, *Les élèves de 15 ans – Premiers résultats de l'évaluation internationale PISA 2003*, Note d'évaluation 04.12, décembre 2003.

L'enseignement des mathématiques à travers les rapports d'inspection

L'inspection générale a collecté plus de deux cents rapports d'inspection selon le principe suivant : une dizaine de rapports consécutifs, relatifs au cycle 3 et produits par un même inspecteur de l'éducation nationale choisi au hasard à raison d'un par département dans une vingtaine de départements[19] (période de relevé : janvier à mars 2005).

Un rapport sur deux traite de mathématiques

Un peu moins de la moitié (48 %) rapportent des éléments sur cet enseignement à partir d'une séquence observée ; une quinzaine d'autres rapports évoquent les mathématiques à partir d'éléments divers. Au total, 55 % des rapports évoquent les mathématiques alors que la totalité traite de la maîtrise de la langue.

Lorsque les projets d'école sont évoqués, ce qui n'est pas rare, il n'est jamais fait mention d'un volet particulier qui serait consacré aux mathématiques, ou même d'une implication de l'enseignement des mathématiques pour réaliser des objectifs plus généraux. Un inspecteur incite à ce lien à propos du contenu des cahiers qu'il souhaite voir enrichi : « *Sans doute serait-il bon d'y reporter régulièrement le déroulement de problèmes résolus sous différentes formes (...). D'autant que la recherche de stratégies (et donc leur formulation explicite et mise au net) est un des objectifs du projet d'école.* »

Les rapports qui mentionnent des remarques sur les mathématiques sans observation de séances abordent principalement les résultats aux évaluations, l'organisation des cahiers, les programmations, l'affichage de « référents », la participation à un rallye mathématique. Quelques remarques positives sont effectuées à partir de la lecture des cahiers : « *Madame M. fait bien travailler différents types de problèmes dans une démarche active* » ; « *le travail de géométrie présente des situations et des traces intéressantes* ». « *Le champ mathématique fait l'objet d'activités régulières et structurantes* ». On y trouve également des injonctions « *Vous devez travailler la notion de problèmes » ; « il faudrait développer les situations de recherche entraînant confrontations et justifications. J'insiste sur la nécessaire lecture de tous les documents d'accompagnement ... »* ou des conseils *« reporter sur le cahier de mathématiques le déroulement de problèmes résolus sous différentes formes* ».

Les séances observées concernent les six domaines du programme

Les rapports comprenant une observation de séance en mathématiques ont été analysés à partir d'une grille de lecture. On note d'abord que tous les domaines inscrits au programme ont été vus. Espace-géométrie et grandeurs-mesure représentent environ un tiers des séances, ce qui montre qu'ils ne sont pas négligés, contrairement à une opinion répandue. Près d'une séance sur deux comporte un travail sur les nombres (connaissance ou calcul). Le reste, environ une fois sur 6, il s'agit d'une séance d'exploitation de données numériques.

[19] Ardennes, Ariège, Aube, Côtes d'Armor, Dordogne, Essonne, Gironde, Haute-Garonne, Haute-Marne, Ille-et-Vilaine, Maine-et-Loire, Marne, Moselle, Pas-de-Calais, Pyrénées-atlantiques, Rhône, Somme, Tarn, Tarn-et-Garonne, Vienne, Vosges, Yonne.

Les rapports examinés donnent l'image d'une répartition équilibrée entre les domaines et donc d'une bonne couverture du programme, aux trois niveaux du cycle 3. Toutefois, on note une faiblesse inquiétante du nombre de séances incluant le calcul mental.

- exploitation de données numériques : 16 %
- connaissance des nombres entiers naturels : 6 %
- connaissance des fractions simples et des nombres décimaux : 13 %
- calcul : 28 %
- espace et géométrie : 25%
- grandeurs et mesure : 12 %

Des descriptions très variables

Pas de description	30 %
Description partielle	44 %
Description plus développée	26 %

La majorité des rapports donne des éléments de la situation. Seulement un rapport sur quatre fournit une description suffisante de la leçon pour qu'elle soit complètement comprise par le lecteur : ceci n'est pas surprenant puisque le rapport est d'abord destiné à l'enseignant visité et que l'on peut donc mentionner uniquement les éléments essentiels. En revanche, on ne peut que regretter que trois rapports sur dix ne donnent aucun élément de description de la situation observée. Les observations et critiques méritent en effet d'être référées à un contexte particulier.

L'analyse pédagogique l'emporte largement sur l'analyse didactique

Trois rapports sur quatre, seulement, proposent une analyse de la séance. L'absence d'analyse pour un rapport sur quatre, ce qui est une proportion importante, est difficile à interpréter : y-a-t-il eu analyse orale sans consignation dans le rapport, ou pas d'analyse du tout lors de l'entretien ? En tout cas, il faut rappeler que l'analyse d'une séquence vue est un moment de dialogue important entre l'inspecteur et l'enseignant dans un cadre de formation en situation.

C'est par une réflexion conduite avec l'enseignant à partir de l'analyse des pratiques (séance observée, traces des séances antérieures dans les cahiers des élèves, préparations et programmations) que l'inspecteur peut l'aider à apprécier – pour le corriger – l'écart entre sa pratique et les préconisations des programmes, ou à comprendre pourquoi tel moment du travail a été infructueux.

Par ailleurs, la direction de l'analyse est à forte dominante pédagogique (75 %) plutôt que didactique (25 %), ce qui reflète la formation initiale des inspecteurs, plus généraliste que véritablement polyvalente. Des propositions précises, qui élucident les savoirs en jeu et les obstacles qu'ils peuvent engendrer, sont rares ; on en trouve quelques-unes comme celle-ci : *« Une précédente séance a été consacrée au calcul d'écart sur des petits nombres entre 1 et 10 pour introduire la notion nouvelle. Madame H. s'appuie sur ce travail pour introduire la nouvelle séance qui portera sur des écarts beaucoup plus importants. Le nombre cible est 110. Deux cartons de couleurs différentes matérialisant deux équipes, sont tirés au sort. Sur l'un des cartons, le rose, est affiché le nombre 72, sur l'autre carton, le* *bleu est affiché le nombre 163. Les élèves doivent trouver quelle est « l'équipe », - rose ou bleue – qui se rapproche le plus du nombre cible 110. Tous les élèves s'investissent activement dans l'activité. L'enseignante circule dans les rangs pour aider et aussi analyser les productions des élèves, préparant ainsi la phase de regroupement. Le saut quantitatif (choix de plus grands nombres) induit un saut qualitatif potentiel dans l'activité cognitive des élèves. Cette complexité met à jour une hétérogénéité de traitements des données par l'ensemble des élèves de la classe. C'est l'enjeu de la situation ; en cela cette séance a été bien pensée par Madame H.* **».**

Les principaux conseils pédagogiques

Un rapport sur deux comporte des préconisations ou des conseils. Dans un cas sur trois environ, ceux-ci sont liés à la séance. Dans les autres cas, l'inspecteur déborde la séance et donne des indications plus larges. Les conseils formulés aux maîtres pour rendre leur pratique professionnelle plus efficace en matière d'enseignement des mathématiques portent essentiellement sur trois points : la manière de s'adresser aux élèves, l'importance de la synthèse et la prise en compte des erreurs des élèves.

- La manière de s'adresser aux élèves

Les formulations pour exprimer cette suggestion qui revient fréquemment sont variées :

« Préférer le recours à la voix chuchotée pour l'aide individualisée pendant les recherches. »

« D'une manière générale, parler moins. »

« N'oublions pas que, parfois, la parole du maître est à taire quelque peu. »

« Eviter les remarques individualisées à haute voix pendant les phases de travail en autonomie. »

« Trouver le moyen pédagogique de se mettre plus en retrait à certains moments. »

- L'importance de la synthèse

A la fin de chaque séance, un bilan doit permettre de faire le point sur ce qui a été vu. Cette idée essentielle est souvent notée par les inspecteurs.

« Procéder à un bilan, même bref, avant de passer à la séance suivante : par rapport à la compétence principalement visée, difficultés rencontrées, acquis constatés, apprentissages encore à réaliser. »

« Un bilan de fin de séance est nécessaire " à chaud ". Il permet de faire le point sur les difficultés rencontrées, les acquis constatés, les progrès encore à réaliser. Il est complémentaire du bilan " à froid " mis en œuvre le lendemain avant la reprise des travaux. »

Les inspecteurs soulignent avec justesse l'importance de l'écriture manuelle de ce qui doit être retenu. *« Le résultat institutionnalisé dans le cahier de leçons est bien prévu ; le construire collectivement et l'écrire manuellement, comme cela est fait dans d'autres domaines. »*

A la fin d'une étude, une synthèse doit également être effectuée.

- La prise en compte des erreurs des élèves

« Aller plus loin dans l'explicitation et l'élucidation des erreurs des élèves. »

« Les erreurs commises par les uns doivent servir aux autres dans un travail d'explicitation et de clarification qui passe par la participation de tous et pas seulement par la voix de l'enseignante. »

« Ne craignez pas de laisser vos élèves commettre des erreurs, ce sera pour vous le moyen de les observer et de repérer les dysfonctionnements de leurs stratégies. Laissez les aller au bout de leurs conjectures (vous les interrompez trop tôt, dès que vous repérez qu'ils vont se tromper) et entamez avec eux un dialogue pédagogique précis du type : " Es-tu sûr de ton résultat ? Qui a trouvé un autre résultat ? Comment as-tu fait ? Montre moi, et toi, as-tu fait pareil ? Qui a utilisé une autre technique ? " Ce moment d'explicitation est fondamental. C'est là que vous pourrez élucider les causes de leur erreur, une erreur de logique, de mémorisation ou de transfert défectueux de compétence. »

D'autres conseils, très divers, sont formulés ; ainsi, sur la nécessité de l'argumentation et de la validation – « *Développer les moments de justification, argumentation, contre-argumentation et validation des procédures utilisées par les élèves* » – ou sur la nécessité de penser à tous les élèves et de ne pas oublier les plus rapides – « *Prévoir une petite activité complémentaire, de préférence en rapport avec l'activité principale, pour les plus rapides (mise en forme préparatoire de la mise en commun, approfondissement, etc.)* » – ou encore sur l'objectif de faire aimer les mathématiques – « *Pour que les élèves s'éprennent des mathématiques, il faut les rendre agréables, amusantes, problématiques, étonnantes* » –. Enfin, l'instruction générale qui vise à rappeler le rôle primordial de la construction de la maîtrise de la langue conduit à des rappels comme celui-ci : « *Veiller à associer quasi-systématiquement à la compétence disciplinaire visée une compétence également du domaine mais dans les champs du lire, dire, écrire* ».

Les points positifs sont soulignés

A côté des conseils prodigués, on relève aussi des jugements portant sur la pratique professionnelle des maîtres. Parmi les jugements très positifs, on retrouve évidemment les éléments évoqués ci-dessus dans une formulation différente. Nous nous limiterons à souligner trois aspects complémentaires. Le premier, tout à fait essentiel, est celui de l'attitude du maître : les qualités d'écoute, d'encouragement, d'attention aux difficultés, de disponibilité, d'aptitude à créer un climat de classe sont exprimées à de nombreuses reprises.

« La maîtresse est attentive et bienveillante, ferme dès que nécessaire. »

« L'enseignante, bien disponible, accompagne activement les recherches de ses élèves ; beaucoup de présence, discrète et efficace, dans la classe. »

« L'ambiance de classe est remarquablement studieuse et sereine ; l'enseignante est ferme lorsque nécessaire, sans excès inutile – gage d'une réelle efficacité. »

« L'organisation de travail, parfaitement rôdée, associe travaux individualisés sur fiches de travail autonome et atelier dans lequel les recherches se font avec l'aide de l'enseignante. »

« L'accompagnement magistral est actif et pertinent pendant la recherche, alternant remarques individualisées et observations générales. Les enfants sont tous très investis dans l'activité proposée. »

La qualité de l’organisation pédagogique est le deuxième aspect fortement valorisé. Le sens pédagogique conduit à des organisations jugées d’excellence par les inspecteurs ou de grande qualité.

« L’accompagnement individualisé pendant les travaux est actif ; un travail supplémentaire est prévu pour les plus rapides. »

« Pour chacun des trois niveaux, les fiches préparées par l’enseignant sont bien construites et permettent de travailler en autonomie. »

« Une longue liste d'opérations est proposée, c'est bien ; il suffit en la circonstance à mettre en œuvre une différenciation selon les capacités de chacun, dont l'intention est tout à fait louable. Ne pas limiter a priori le nombre d'opérations à effectuer selon la capacité de concentration supposée de chacun ; préférer, pour les plus rapides, un complément d'exercices de même type, au besoin plus difficiles, plutôt qu'une résolution de problème d'une autre nature. »

« La plupart des élèves travaillent ensuite en autonomie, dans le même temps un petit groupe de besoin est pris en charge par l’enseignante. »

Enfin, liés aux deux premiers éléments, se trouvent les capacités à créer des bonnes relations au sein de la classe et à susciter l’engagement des élèves dans les activités proposées.

« Les enfants adhèrent volontiers aux propositions de travail, les règles de vie de la classe sont bien en place et le climat relationnel est d’excellente qualité. »

« La maîtresse fait reformuler les consignes, puis accompagne activement et de manière individualisée les recherches, c’est bien. »

« La relation aux enfants est bienveillante, assez ferme lorsque nécessaire. Les consignes sont passées clairement. L’approche didactique s’appuie sur un support bien choisi en fonction de l’objectif pédagogique visé. »

Les programmes sont peu cités

Les rapports ne mentionnent que rarement :

- les programmes (15%), et c’est alors soit pour noter leur bonne prise en compte, soit pour en demander le respect et une lecture approfondie ;

- les documents d’accompagnement (5 %), pour inviter à les consulter et à les utiliser, en particulier les textes relatifs à la résolution de problèmes, au calcul mental et à la continuité entre école et collège ;

- les évaluations nationales (20 %). Dans ce domaine, plus rarement encore ils dépassent le constat pour orienter l’activité comme cela apparaît dans cet extrait qui fait suite à une remarque sur la faiblesse relative du champ relatif aux problèmes dans une classe où les résultats aux évaluations en CE2 sont plutôt satisfaisants en moyenne : *« Il faut que monsieur O. se centre sur les situations problèmes afin d’améliorer les performances de ses élèves. Or, l’outil fichier qu’utilise monsieur O. ne semble pas le plus approprié pour aider les élèves à apprendre à conjecturer. M. O. doit donc, en amont du fichier, faire de véritables leçons qui offrent aux élèves l’occasion d’analyser des situations, d’expliciter des procédures et de les justifier par l’argumentation. »*

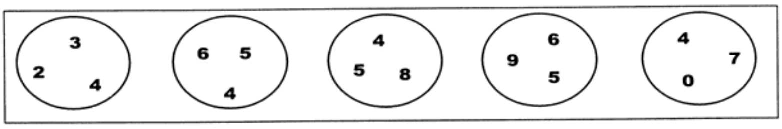
Plus souvent, l'enseignement des mathématiques est cité à propos des cahiers des élèves, des programmations, des préparations de classe, des affichages.

Des observations spécifiques à chaque domaine du programme

1. Le domaine de l'exploitation des données numériques offre les situations prévues par les programmes puisque l'on trouve à la fois les traitements de situations avec tableaux, graphiques ainsi que des situations de mise en œuvre des opérations et la proportionnalité.

La notion de problème apparaît de manière massive dans le champ « exploitation de données numériques » puisque tous les rapports en traitent. Mais elle est présente dans tous les domaines. L'importance de la recherche voulue par les programmes se reflète réellement dans les pratiques observées. Les inspecteurs en félicitent d'ailleurs les maîtres.

Ainsi, dans une classe de CE2, un jeune enseignant a proposé à ses élèves de CE2 d'assembler trois chiffres pour obtenir une suite de nombres rangés dans l'ordre croissant :



L'inspecteur note que cette situation permet de « *dépasser la maîtrise d'un savoir purement instrumental et faire en sorte que l'élève devienne chercheur.* » Mais il observe également que si « *les interactions sont soutenues et bien conduites* », « *progressivement ce ne sont plus que quelques élèves qui restent engagés dans la réflexion* ». Il conclut sur un triple constat : seuls « *les élèves experts accèdent aux représentations mentales* », la situation n'était pas suffisamment différenciée, « *un temps de synthèse plus soutenu aurait permis de parachever cette belle activité* ».

On précise que certaines séances sont menées de manière remarquable suscitant « *l'enthousiasme des élèves* ». Ainsi dans une classe de CE2, les élèves se voient proposer la situation « *je pense à 2 nombres, leur somme est…, leur différence est…. Comment les retrouver ?* » La situation est qualifiée de « *très utile* », avec l'hypothèse d'une suite qui verra la « *mise en commun des recherches tâtonnantes* ». Il est probable que cette deuxième étape sera beaucoup plus complexe et on peut se demander ce qui pourra être dégagé en termes de méthode.

Ailleurs, un inspecteur félicite l'enseignant d'avoir « *investi la démarche de résolution de problèmes* » et observe avec satisfaction que les « *apprentissages prennent appui sur un travail de recherche dans le cahier d'essai* ».

Dans quelques cas, les inspecteurs reprochent la trop grande complexité de la situation. C'est le cas pour une « *situation vécue par la classe* » (elles sont pourtant bien rares) : « *énoncé trop long, trop de données* » (il s'agissait d'une sortie scolaire en bus).

Les travaux de recherche se trouvent, bien sûr également en géométrie. Un inspecteur note que certaines situations très simples sont nommées recherche alors qu'elle relèvent simplement de l'imitation : cas d'un tracé d'une figure à partir d'un modèle. La séance était néanmoins jugée « *très claire du point de vue de l'explicitation de la construction et des consignes.* » Tout n'est pas recherche.

2. Dans le domaine de la connaissance des nombres entiers naturels, on relève des séances sur la « bande numérique », des jeux sur les grands nombres, des activités sur le rôle du zéro, sur la place d'un espace blanc dans les nombres à plus de 3 chiffres, sur la valeur de chaque chiffre selon sa position dans le nombre…

3. Dans le domaine de la connaissance des fractions simples et des décimaux, l'introduction des décimaux n'est quasiment jamais évoquée et les fractions le sont rarement. Une leçon sur les fractions parle de travaux de coloriage de représentations d'un verre gradué. L'inspecteur juge la situation « *trop abstraite pour certains enfants pour lesquels une phase de manipulation aurait été nécessaire* ». Une autre leçon prend appui sur des quadrillages dont les élèves doivent hachurer un certain nombre de cases. L'inspecteur souligne les obstacles à la compréhension des élèves et estime lui-aussi que le recours à la manipulation aurait été utile. On perçoit une réelle difficulté en ce qui concerne le sens à donner à la fraction. Un inspecteur écrit ainsi : « *pour certains enfants, il reste difficile de donner sens à la fraction, avant même que d'en donner à l'écriture fractionnaire.* » Aucune situation observée et aucun rappel mentionné dans les rapports ne portent sur ce qui est, en fait, demandé par les programmes : « *les fractions et les nombres décimaux doivent d'abord apparaître comme de nouveaux nombres.* » Même si les situations proposées sont des problèmes de partage, le lien n'est pas établi entre l'« opérateur » et le nombre. Il y a là un réel souci didactique qui mériterait d'être approfondi et mieux explicité auprès des maîtres.

4. Dans le domaine du calcul, les rapports étudiés ne donnent pas d'information sur les méthodes d'approche de la technique de la division. On a, en revanche, quelques éléments qui laissent entrevoir l'approche pour la multiplication. Ainsi, dans une classe de CM1, la « situation-problème » suivante est proposée : produire le résultat de 6 x 16 sans poser le calcul mais en le décomposant. La question qui se trouve posée est celle des objectifs visés par le maître. S'agit-il de consolider le sens de la multiplication ? Dans ce cas, est-ce nécessaire pour l'ensemble des élèves ? S'agit-il de conduire les élèves à une technique de calcul mental ? L'observation de la séance, à travers ce qui en est rapporté, laisse penser que le travail a été de nature directive, contraignant les élèves à repasser par une visualisation sur des quadrillages, comme cela a été utilement fait au moment de la construction du sens de la multiplication. Faut-il, une fois ce premier apprentissage fait, revenir aux débuts et priver les élèves des outils et techniques qu'ils sont en train de construire ? Ne serait-il pas plus important de faire comprendre aux élèves que le résultat de 16 fois 6 doit être immédiatement disponible par la somme de 10 fois 6 et de 6 fois 6. Peut-être faut-il revenir avec tel ou tel élève sur les débuts, mais pourquoi l'imposer à tous ?

Pour le calcul mental, un pointage a été effectué sur l'ensemble des rapports : lors des visites des inspecteurs, seulement une fois sur six la séance de mathématiques comprend un temps pour le calcul mental. Plusieurs observations corrélatives peuvent être faites : dans la plupart des cas, ce temps de calcul mental est apprécié par l'inspecteur : « *court moment intense et bien mené* », « *moment très utile inscrit dans une progression d'apprentissage* », « *activité fort bien négociée avec forte implication des élèves* », « *bonne mobilisation de l'attention des élèves* ». En revanche, l'absence de ce temps obligatoire n'est que rarement notée dans les rapports. Pourtant les programmes indiquent clairement que le « *calcul mental sous toutes ses formes (...) occupe la place centrale* [dans l'apprentissage du calcul]». « *Les compétences en calcul mental sont à développer en priorité* ». Les documents d'application ont souligné la nécessité d'une pratique régulière (les expressions *calcul mental* ou *calculer mentalement* sont formulées plus de quarante fois dans le document d'application cycle 3). En outre, un document d'accompagnement a spécialement traité du calcul mental. Il faut donc s'interroger sur le fait que ce manque de pratique ne soit pas davantage pointé par les inspecteurs.

En ce qui concerne le calcul posé, les observations sont plus fournies que pour le calcul mental puisqu'un rapport sur quatre en traite. Dans plusieurs cas de classes à deux cours, les inspecteurs notent que des opérations sont données à effectuer à un niveau en autonomie pendant que l'enseignant se consacre à l'autre niveau. Dans cette configuration, l'attention du maître est néanmoins nécessaire sinon une « démobilisation » peut être notée. A travers les rapports, on trouve à ce niveau à la fois des additions, des soustractions de nombres naturels ou décimaux ainsi que des multiplications et des divisions euclidiennes. Les inspecteurs s'attachent particulièrement à la construction du sens des opérations.

Enfin, quelques rapports mentionnent le calcul instrumenté. Un inspecteur note que, à l'occasion d'un problème de recherche, l'enseignante a distribué une calculatrice à chaque élève : « *l'intention est bonne. Pour l'instant, leur usage perturbe la réflexion (les élèves ont tendance à taper au hasard). Il y a un travail d'apprentissage à mettre en place.* » Une autre situation décrite fait appel au calcul réfléchi de produits et à la calculette. « *L'enseignante repère les difficultés, aide les élèves à progresser. Elle perçoit que l'estimation d'un ordre de grandeur reste à travailler, aussi de façon différenciée : par exemple en faisant varier la taille des nombres, avant d'utiliser la calculette.* » Ailleurs, un rapport relève une séance dont l'objectif est d'utiliser la calculatrice à bon escient. Le problème posé consiste à « atteindre le nombre 97 en utilisant des 8 et des 3 ».

C'est à propos de calcul, que l'expression « pédagogie de l'exercice » est relevée dans quelques rapports avec une connotation négative : « *les cahiers montrent une conduite des apprentissages certes régulière et structurée mais fortement installée sur une pédagogie de l'exercice* ». Elle serait préjudiciable à la réussite des élèves notamment aux évaluations nationales pour la « résolution de problèmes ». Il conviendrait donc de préciser les termes et de revenir à la catégorisation des problèmes telle qu'elle est posée par les instructions officielles. Nous avons confirmation de la nécessité d'un travail sur cette dimension de la formation mathématique qui passe par le développement de capacités de résolution d'exercices adaptés au niveau supposé des élèves – pas trop difficiles sinon ils se découragent –, et leur permettant de progresser. La répétition d'exercices sur une même notion, mais abordés sous un angle légèrement différent peut en permettre la compréhension. Elle contribue également à fixer une connaissance. Enfin, la répétition, si elle n'est pas excessive, provoque aussi la satisfaction d'avoir compris et donc de la réussite, ce qu'il ne faut pas négliger. Un inspecteur observe d'ailleurs une mise en acte très réussie dans une classe de CE2-CM1. Les élèves de CM1 apprennent à multiplier 20, 30, 40, par un nombre à un chiffre. L'inspecteur note qu'ils ont observé collectivement la « *technique proposée par le manuel* » et se sont « *entraînés collectivement au tableau* ». Ils « *pratiquent sur leur cahier d'essai* ». Pendant ce temps, les élèves de CE2 travaillent les techniques d'addition. L'inspecteur note que « *les élèves sont très attentifs, concentrés sur leur tâche. Dès qu'ils ont terminé un exercice, ils vont aider leurs camarades. Monsieur H. circule parmi eux, vérifie, aide, encourage. L'ensemble fonctionne bien. On peut toutefois regretter le temps imparti aux exercices sur fichier au détriment de la résolution de problèmes* ». Il est clair qu'il faut effectivement trouver les justes équilibres entre les temps d'entraînement et les situations plus larges de recherche.

5. En géométrie, le travail dans le plan tient la place prépondérante. De manière générale, il est peu décrit. Si quelques séquences se détachent et sont appréciées comme efficaces, la plupart se traduisent par des critiques : documents remis aux élèves de médiocre qualité de reproduction, vocabulaire approximatif, L'usage des instruments n'apparaît que très rarement, celui des ressources offertes par les quadrillages des cahiers encore moins ;

mais, on note des exceptions : *« les élèves n'ont pas encore intégré les références que les quadrillages seyes permettent d'utiliser pour construire des figures. Il semble que seuls certains ont formalisé les éléments permettant d'utiliser les régularités pour construire des perpendiculaires, s'assurer de la même longueur, comparer des angles... La facilité qu'offrent les quadrillages et en particulier celle de la réglure classique n'a pas fait l'objet d'une explicitation et c'est regrettable. »*

En outre, un certain nombre d'activités sont estimées trop simples et peu propices à la construction des notions géométriques visées. Ainsi, un exercice de reproduction d'un rectangle et d'un carré se réduit à une « imitation » de ce que fait le maître au tableau : l'inspecteur note qu' « *il aurait été intéressant de laisser les élèves tâtonner, leur faire expérimenter plusieurs démarches plutôt que de les faire procéder par imitation* ». Une situation dans laquelle il est demandé aux élèves de réaliser les patrons de plusieurs parallélépipèdes à partir d'une consigne qui les invite à démonter des boîtes pour dessiner les patrons, suscite cette analyse : *« Le travail est assez simple car les élèves n'ont qu'à tracer les contours. Je conseille à Mme. D. de s'interroger lors de chaque situation mathématique : en quoi consiste la difficulté ? Y a-t-il nécessité de réfléchir ? Ici, il suffisait d'interdire d'ouvrir la boîte pour faire le tracé du patron, de faire reconstituer les boîtes par un système d'échanges entre groupes pour faire percevoir les problèmes (nombre de faces, tracé des arêtes). »*

La question du sens de l'activité est souvent posée : un exercice de comptage du nombre de côtés de polygones vu dans une classe ne débouche sur rien. « *Quel est l'intérêt de compter pour compter* ? » fait justement observer l'inspecteur qui prolonge son appréciation par une proposition : *« peut-être eût-il mieux valu proposer une figure à reproduire dans laquelle le nombre des côtés avait du sens (une rosace orthogonale par exemple) ».*

6. Pour les grandeurs et la mesure, les séances observées portent sur les aires, les périmètres, les masses, les durées. Là aussi, elles sont très peu décrites et font l'objet de préconisations limitées. Une seule fait appel à des instruments : la balance Roberval, pèse-lettres, balance de cuisine, pèse-personnes.

A travers toutes ces séances observées, on note une faiblesse du nombre des problèmes « issus de la vie de la classe » et de « vie courante ». On trouve certes des exemples : un travail à partir de tickets de caisse en supermarché (travail sur les opérations et situation de défi entre calcul posé et calcul instrumenté), sur une recette de cuisine (travail sur la proportionnalité), sur des cartes géographiques (calcul de distances et échelles), sur le programme de télévision (calcul de durées de programmes), sur les moyennes des notes de classe, mais ils apparaissent finalement peu nombreux par rapport aux situations abstraites de travail sur les nombres. Les instruments de mesure sont trop peu présentés ou donnés à utiliser. Le calcul, mental ou posé, a une place limitée. Les activités d'entraînement, l'exercice en prenant ce mot au sens littéral sont très réduits. Dans ces conditions, la mémorisation et la stabilisation des connaissances sont rendues difficiles voire impossibles pour nombre d'élèves, en particulier pour ceux qui ne disposent pas d'une aide parentale suffisante.

Résumé : Les inspecteurs de l'éducation nationale chargés d'une circonscription observent l'enseignement des mathématiques avec une certaine régularité, mais ils n'en traitent pas systématiquement dans les rapports examinés (seulement un rapport sur

deux). Les observations sont essentiellement d'ordre pédagogique, l'analyse didactique n'étant le fait que d'une minorité d'entre eux. De la lecture d'une centaine de rapports, il ressort que les pratiques des maîtres peuvent être rendues plus efficaces en prenant mieux en compte les erreurs des élèves, en portant une attention accrue aux résumés et synthèses, en « parlant moins ». En matière de contenu, le point de lacune le plus important porte sur le calcul, tout particulièrement mental, mais aussi instrumenté.

L'état des pratiques pédagogiques à partir de l'enquête de l'inspection générale

Le protocole d'enquête a permis des observations dans cent vingt classes. Les observations ont été effectuées dans vingt départements. Souvent administrés conjointement par un inspecteur général et un inspecteur, quelquefois seulement par l'un d'eux, ces protocoles ont permis des entretiens approfondis avec les maîtres sur leurs pratiques.

Indications générales

Les visites étaient annoncées aux maîtres comme pour toute inspection ; il était toutefois précisé qu'une observation serait effectuée dans le domaine des mathématiques. Il n'est pas impossible que cette annonce ait conduit des maîtres à proposer une séance en pensant particulièrement aux attentes institutionnelles. La répartition des séquences observées est ainsi différente de celle trouvée dans les rapports d'inspection (visites « classiques », c'est-à-dire sans attente signalée sur les mathématiques) : un nombre beaucoup plus important de séances « Exploitation de données numériques » comprises comme « résolution de problème » traduit probablement la perception d'une attente spécifique des inspecteurs en la matière. 76 % des visites ont eu lieu dans des classes à un seul cours, avec une répartition égale entre les trois niveaux du cycle ; 21 % dans des classes à deux cours et 3% dans des classes à trois cours.

- Exploitation de données numériques : 30 %
- Connaissance des nombres entiers naturels : 8 %
- Connaissance des fractions simples et des nombres décimaux : 21 %
- Calcul : 24 %
- Espace et géométrie : 12 %
- Grandeurs et mesure : 5 %

Niveau d'étude du maître

Niveau d'étude du maître			
Bac	Bac + 2	Bac + 3	Au delà de Bac + 3
27 %	22 %	40 %	11 %

Si Bac + 3 ou plus, discipline						
Sciences de l'éducation, psychologie	Lettres, histoire-géographie	Sciences expérimentales	Maths	Droit, sciences économiques	Langues vivantes étrangères	Autres
20 %	27 %	19 %	2 %	14 %	9 %	9 %

La moitié des maîtres interrogés a un niveau d'études universitaires supérieur ou égal à la licence[20] ; l'enquête confirme que ceux qui ont suivi un cursus scientifique sont minoritaires (un sur cinq) et que les « mathématiciens » sont vraiment rares (2 %).

Les horaires sont respectés par une forte majorité de maîtres

L'arrêté fixant les horaires de l'école élémentaire prévoit de 5 heures à 5 heures 30 pour les mathématiques. 82 % des maîtres respectent strictement ce temps (c'est-à-dire font plus de 4 h 45, les récréations étant imputables sur l'ensemble des disciplines), 5 % sont au-delà de 5h 30 et 13 % en dessous (8 % : 4 h 30, 5 % : 4 heures ou 4 h 15). Il faut ici rappeler que les horaires comme les programmes s'imposent aux maîtres et que de tels écarts ne sont pas acceptables.

On peut rappeler que les horaires des mathématiques étaient de 5 heures 30 (cycle 3) et 5 heures (cycle 2) dans les programmes précédents (1995), de six heures dans les programmes de 1985 et de 1980 (CM), 1978 (CE), 1977 (CP). Si l'on regarde plus en amont, les horaires officiels de 1945 étaient : 3 h 45 pour le « calcul » en CP et CE ; 5 heures en CM (à noter qu'à cette époque, le temps des récréations n'était pas décompté dans les disciplines, mais à part ; par ailleurs, les élèves avaient 30 heures d'école par semaine et non 26 comme actuellement).

Les maîtres connaissent les programmes … dans leurs grandes lignes

Les visites et entretiens montrent que la moitié des maîtres connaît bien les programmes, un quart en a une connaissance approximative et un dernier quart n'a pas fait un effort suffisant. Les maîtres les plus jeunes sont bien sûr les mieux informés.

Une question portait sur le mot le plus fréquemment utilisé dans les programmes – problème –. Elle a obtenu une réponse exacte dans un cas sur quatre, ce qui montre que cet objectif central est passé. Les autres réponses variées restaient en proximité d'esprit avec le programme dans sa diversité et pouvaient traduire un point de vue personnel : abstrait / démarche / raisonnement / concret / procédure / nombre / connaissance / manipulation / compétences / raisonner / sens / calcul / entraînement / hypothèse / réfléchir / manipuler / analyser / situations de recherche / maîtriser / objectif / argumenter / acquérir une méthode / construire des connaissances / construire des outils.

Le « découpage » du programme en six champs n'est donné que par un maître sur quatre. Les réponses sont plus fréquemment organisées en quatre domaines : les problèmes, les nombres, la géométrie et les mesures. Le champ le moins souvent cité est l'exploitation de données numériques qui est d'ailleurs interprété fréquemment comme résoudre des problèmes.

Une forte majorité de maîtres estime que les programmes de 2002 n'ont pas modifié les programmes précédents de manière importante. Plusieurs précisent que les changements en 2002 ont porté sur l'attention plus soutenue à la maîtrise de la langue. Pour les mathématiques, si certains vont jusqu'à dire que strictement rien n'a changé, que d'autres

[20] Selon une étude de la direction de l'évaluation et de la prospective (Note d'information 06.17 de mai 2006), 25% déclarent posséder le bac, 18 % un diplôme de niveau bac + 2, 40 % une licence et 16 % un diplôme supérieur à bac + 3

cherchent ou hésitent, quelques-uns – minoritaires – évoquent les allégements qui sont intervenus avec des avis d'ailleurs contrastés. Lorsqu'ils ont été invités à aller un peu plus loin dans les différences avec les programmes antérieurs, les réponses se sont révélées très approximatives, voire inexactes (aller vers une démarche expérimentale). Enfin, les maîtres apprécient la distinction objectifs et compétences : si certains estiment qu'il s'agit d'un jargon, d'autres trouvent là des précisions utiles.

De la vie courante à la « littératie » mathématique

Lors des entretiens, les maîtres ont été interrogés sur leur perception personnelle de l'enseignement des mathématiques et tout particulièrement sur le côté utilitaire des mathématiques. L'enseignement des mathématiques est-il essentiellement abstrait ? La réponse dominante consiste à dire qu'il faut partir du concret pour aller vers l'abstrait : « *Je pars du concret pour aller vers l'abstrait, il faut y arriver en CM1.* »

	Concret	Abstrait	L'un et l'autre	Pas de réponse
Diriez-vous que votre enseignement est concret ou qu'il s'agit plutôt de former des élèves à l'abstraction ?	34 %	11 %	49 %	6 %

Cette importance du concret indiquée dans les déclarations ne se retrouve pas totalement dans les réponses aux questions sur la place des problèmes issus de la vie de la classe ou de la vie courante puisque seulement 40 % des maîtres indiquent en donner beaucoup.

Problèmes issus de la vie courante	J'en donne beaucoup	J'en donne un peu	Pas du tout
	40 %	43 %	17 %

Les problèmes de vie courante qui sont cités se rapportent à l'utilisation de la monnaie, aux achats et ventes d'objets, à l'utilisation des transports, à des événements divers. Divers documents (publicités, tarifs postaux, horaires, etc.) servent de support à ces problèmes.

Problèmes issus de la vie de la classe	J'en donne beaucoup	J'en donne un peu	Pas du tout
	20	57	14

Les problèmes issus de la vie de la classe sont encore moins nombreux : les exemples évoqués portent sur des voyages scolaires, sur des achats scolaires et sont donc un sous-ensemble des problèmes de vie courante.

> Certaines situations observées ont surpris : ainsi, une leçon sur l'apprentissage de l'heure en CE2 se déroule intégralement sans référence à une pendule réelle alors qu'il y en une dans la classe (certes en panne). Un dessin au tableau sert d'appui aux explications ; des exercices sur fiche suivent la leçon. Cette séance aurait été beaucoup plus concrète et efficace si le maître avait pris soin d'apporter au moins deux pendules, l'une traditionnelle à aiguilles et l'autre numérique. La présence d'un ordinateur dans la classe était aussi un recours simple avec la possibilité d'affichage de l'heure sous ses deux formes simplement en cliquant sur l'heure affichée en bas d'écran. Il est relativement aisé d'imaginer avec l'informatique de nombreux exercices d'application.

Le premier paragraphe des programmes de mathématiques de cycle 3 indique que les objectifs de formation concernent « *aussi bien les connaissances que doivent acquérir les élèves que leur capacité à les mobiliser, de façon autonome pour résoudre des problèmes* ». Il est donc essentiel de proposer des situations qui permettent aux élèves de mettre en œuvre les outils qu'ils sont en train d'acquérir. Cette démarche met en évidence l'importance sociale des mathématiques.

La culture mathématique commence à l'école primaire par cette fréquentation des nombres, des objets géométriques, des raisonnements logiques ainsi que par les explicitations et débats autour d'eux. La première enquête PISA (2000) a contribué à l'introduction du concept de « littératie » mathématique qui peut se définir comme « *la connaissance et les aptitudes exigées pour gérer efficacement les demandes mathématiques de diverses situations*»[21]. Une autre définition de la « littératie » mathématique ou « numératie » est fournie par un groupe d'experts canadiens : « *la numératie est l'ensemble des compétences essentielles faisant appel à des concepts mathématiques et à des compétences connexes, telles que l'utilisation des technologies appropriées ; ce qui permet à une personne d'être fonctionnelle en société, c'est-à-dire de pouvoir traiter et gérer efficacement les situations de la vie, de résoudre des problèmes dans un contexte réel et de communiquer ses solutions* »[22]. L'action de l'école primaire contribue à l'acquisition de la « littératie » mathématique. La vie courante offre des situations de niveau de complexité variable : le maître doit les sélectionner de façon à ce que l'élève puisse mettre en jeu les outils mathématiques qu'il possède et des raisonnements logiques. De nombreux exemples pourraient être cités, notamment en s'appuyant sur l'environnement de la classe (coût d'une sortie scolaire, dépenses liées à une impression de documents, durée de certains trajets scolaires, gestion de la coopérative scolaire…) qui peuvent donner naissance à des activités riches, surtout si elles sont pratiquées à partir de documents authentiques.

Des mathématiques actives

Les maîtres cherchent à donner à l'enseignement des mathématiques un aspect actif et agréable. Cet objectif est plus ou moins atteint selon les classes. Pour certains enseignants, il semble qu'il y ait deux types de moments bien séparés pour les mathématiques : ceux plus stricts d'apprentissage et d'autres plus récréatifs. Il faut noter que les rallyes mathématiques ou concours ou défis connaissent un certain succès puisqu'un tiers des classes rencontrées est engagé dans une telle action.

Cet enseignement actif se trouve également dans certaines séquences qui conduisent à des apprentissages notionnels.

> Ainsi, dans une classe de CM2 de la région parisienne, les élèves doivent résoudre le problème suivant : « *Voici les dimensions réelles d'une voiture : longueur : 4,304 m, largeur : 1,778 m, hauteur : 1,406 m. Un fabricant de jouets veut fabriquer un modèle réduit 18 fois plus petit que la voiture dans la réalité. Trouve les dimensions.* » La recherche n'est pas la première du genre, les élèves ayant déjà travaillé les semaines antérieures sur des plans à agrandir ou à réduire, le mot échelle n'ayant pas encore été donné. Le lancement du travail s'effectue par une consigne donnée clairement : « *aujourd'hui, nous avons un nouveau problème à résoudre. Vous allez d'abord lire silencieusement l'énoncé.* » Après avoir respecté ce temps de lecture dans un réel silence, « *pouvez-vous expliquer ce qui est demandé ?* »

[21] *Compétences clés*, Eurydice, octobre 2002,
http://www.eurydice.org/Documents/survey5/fr/FrameSet.htm
Consulté le 25 mars 2006
[22] *La numératie en tête*, Rapport du groupe d'experts pour la réussite des élèves, Ministère de l'éducation de l'Ontario, juin 2004,
http://www.edu.gov.on.ca/fre/document/reports/numeracy/numeracyreportf.pdf
Consulté le 26 avril 2006

Les recherches peuvent alors commencer dans le cadre de groupes d'élèves, chacun étant muni d'une feuille destinée à expliciter les procédures suivies pour résoudre le problème. Les élèves savent qu'ils devront exposer leur solution à la classe. Chaque groupe dispose d'une calculatrice « *pour vérifier les calculs* ». Quinze minutes suffisent, chaque groupe trouvant aisément qu'« il faut tout diviser par 18 ». Les posters comportent tous une phrase qui exprime cette démarche et qui donne les résultats. Les différences portent sur le nombre de chiffres composant la réponse et sur les unités employées.

Le débat conduit à une synthèse qui explicite clairement le modèle d'un problème de proportionnalité ; le mot échelle est introduit avec une phrase qui sera copiée dans un cahier de référence : « *quand un modèle réduit est 18 fois plus petit que la réalité, on dit qu'il est à l'échelle un dix-huitième et on l'écrit 1/18* », cette écriture ayant pu être constatée sur des modèles réduits distribués à ce moment.

La clarté des objectifs visés par l'enseignant – faire résoudre un problème de proportionnalité en amenant les élèves à en percevoir la structure, introduire la notion d'échelle – a permis une séquence efficace. Les élèves ont travaillé des éléments essentiels : le raisonnement, la communication des démarches, l'exactitude des calculs et la pertinence des réponses. L'usage de la calculatrice est venu conforter les élèves sans les dispenser de l'effort du calcul « à la main ». Une séquence de très grande qualité.

D'autres séances vues présentaient des qualités pédagogiques, mais de manière générale et comme cela a déjà été dit à propos des observations effectuées par les inspecteurs et notées dans les rapports étudiés, la mise en oeuvre des activités souffre de défauts assez nombreux qu'il conviendrait de corriger**.**

Le problème : une notion « brouillée »

Les documents d'accompagnement des programmes consacrent plus de dix pages à expliciter cette notion de problème. Ils développent particulièrement deux aspects : ce qu'il faut entendre par « problèmes pour chercher » et les relations entre l'apprentissage d'une notion et la résolution de problèmes. Les observations montrent que des difficultés réelles existent pour la mise en œuvre des propositions ministérielles.

La résolution de problème : une activité centrale ou spécifique ?

De manière générale, les maîtres savent que les programmes indiquent que *« la résolution de problèmes est au centre des activités mathématiques ».* L'examen des réponses à la question sur le temps consacré à la résolution de problèmes montre qu'une très grande majorité des maîtres (90 %) déclarent des temps spécifiques. Lorsqu'il y activité spécifique, 40 % des maîtres effectuent une séance par semaine, 36 % deux séances, les autres (24 %) étant au-delà et allant jusqu'à déclarer que tout est problème (ce n'est donc plus un temps spécifique !). Majoritairement, une distinction est effectuée entre un temps de mathématiques où l'on cherche et d'autres temps pour des activités autres. Il faudrait certainement rappeler qu'en mathématiques comme dans toutes les sciences, les questions se posent à tout moment ; dire que résoudre des problèmes est une activité centrale des mathématiques, c'est signifier que toute séance de mathématiques est un temps de réflexion et de recherche avec bien sûr des modalités qui peuvent varier d'un moment à l'autre. Le contour de l'activité « problèmes » apparaît donc aujourd'hui quelque peu brouillé.

Trois points principaux de difficulté

D'abord, et même si les programmes distinguent des catégories de problème, nombre de maîtres éprouvent des difficultés à situer les objectifs à travers les problèmes donnés. La catégorie « problèmes pour chercher » ne se révèle pas des plus pertinentes pour deux raisons : d’une part, elle laisse penser qu’il pourrait exister des problèmes sans recherche, d’autre part, elle peut conduire à des recherches floues.

Ensuite, en matière de démarche et malgré les conseils prodigués par les documents d’accompagnement, des maîtres éprouvent de réelles difficultés à faire vivre certaines situations proposées : la mise en route de l’activité se révèle quelquefois délicate, les modalités de la recherche (travail par groupes, travail individuel) ne sont pas toujours adaptées, la formulation de la question posée n’est pas forcément assez précise et la régulation du travail (nature de l’intervention du maître) est parfois déficiente.

Enfin, la terminologie « procédures personnelles », « procédures expertes » introduites récemment dans le vocabulaire didactique de l’école n’est pas toujours bien comprise. La résolution d’un problème peut être immédiate pour certains élèves qui « voient » immédiatement la solution et mettent en œuvre une procédure « experte » car faisant appel à la puissance de l’outil adapté. Par exemple, si l’on demande le coût de 6 livres identiques sachant que 4 coûtent 12 euros, une procédure experte de résolution de ce problème peut être de calculer le coût de 2 livres, puis de multiplier par 3. Pour d’autres élèves, la recherche pourra passer par une schématisation de la situation, par une décomposition des 12 euros, par une recherche de correspondance entre les livres et les euros, etc. Au cours de cette recherche, le maître ne doit pas perdre de vue que l’objectif est la construction de la procédure experte, c’est-à-dire celle qui est efficace dans la situation donnée et que le passage des procédures personnelles à la procédure experte participe de la construction de la notion visée.

La construction des connaissances : des mises en œuvre défaillantes

« *L’élaboration des connaissances se réalise au travers de la résolution des problèmes* ». Cette démarche demandée par les programmes semble davantage pratiquée par les maîtres sortants des IUFM ou particulièrement motivés par les mathématiques. Les efforts faits dans cette direction qui suppose d’avoir bien compris les concepts mathématiques en jeu méritent d’être salués. Toutefois, il apparaît que l’équilibre entre ces activités de construction et les exercices d’entraînement ne se trouve pas aisément ; dans bon nombre de cas, l’investissement pour construire les notions paraît bien long et se fait au détriment du fonctionnement des notions.

Faut-il encore construire le sens de la division en CM1 alors que l’approche a été faite en CE2, voire avant, et que les élèves ont compris au moins dans des situations simples le sens de cette opération. Ne serait-il pas préférable de multiplier les exercices pour installer la notion ?

Dans certains cas, l’enseignant tient absolument à respecter « la » démarche censée conduire à une construction correcte d’une notion et ne tient plus compte des acquis de ses élèves.

Un exemple caractéristique est fourni par cette séance dans une classe de CE2 – CM1 (vingt élèves en présence d’un assistant d’éducation qui prend en charge les quinze CE2 pendant toute la séance). Les cinq élèves de CM1 doivent mesurer un segment à l’aide d’une bande unité. Il leur faut « écrire un message à un camarade ». La compétence visée est précisée dans les programmes : « *utiliser dans des cas simples des fractions ou des sommes d’entiers et de fractions pour coder le résultat de mesurages de longueurs ou d’aires, une unité de mesure étant choisie explicitement.* » Un élève a le réflexe de prendre son double décimètre et écrit : « Le segment mesure 21 cm », un autre mesure la bande unité et donne aussi son résultat en cm. La consigne n’est absolument pas comprise. La maîtresse insiste : « vous ne respectez pas la consigne ». Les élèves ne comprennent toujours pas où la maîtresse veut les emmener. Ils essaient d’exécuter, sans comprendre. La leçon se poursuit : « je vous donne un message et vous devez retrouver l’auteur du message ». Un élève écrit : *« une bande et 2 centimètres »* . «*J’ai interdit la règle graduée*», ne cesse de répéter la maîtresse. Au bout d’un long moment, un guidage fort conduit au pliage qui devient la solution miracle. Au tableau, on arrive à faire écrire : 1 bande + 1 demi + 1 quart. Le passage à l’écriture 1 + ½ + ¼ se fait rapidement. La séance s’achève par « *on continuera la prochaine fois* ».

Ce type de séance met en évidence une mauvaise compréhension de certaines recommandations didactiques. La notion d'unité mérite effectivement d'être construite et une situation de communication peut être propice à cette construction. Mais trop souvent, dans ces types de situation, l'objectif de la leçon n'est pas inscrit dans une programmation ordonnée. Dans cette classe, les élèves avaient visiblement dépassé ce stade de l'approche de la notion d'unité. Ils étaient déjà des utilisateurs avertis des centimètres et maîtrisaient la procédure experte. La maîtresse aurait aimé obtenir des procédures personnelles, pouvoir les comparer. Or, les solutions singulières étaient déjà expertes ! Les élèves avaient déjà acquis en CE2 les centimètres ; ils savaient utiliser la règle graduée. Quelle que soit la situation, un travail en mathématiques ne devrait jamais interdire aux élèves d'utiliser leurs connaissances.

De manière plus générale, peut-on séparer la construction d'une notion de son utilisation dans une activité ou un exercice ? Bon nombre de situations paraissent trop complexes et inadaptées aux élèves les moins avancés.

Un autre exemple peut être fourni : dans une classe à deux niveaux CE2-CM1, une séance sur la multiplication commence par un temps en commun et une même consigne : calculer plusieurs produits sans poser les multiplications.

Au CE2, les élèves ont une feuille d'activités avec trois colonnes : dans la première, les élèves doivent écrire des résultats multiplicatifs portant sur les tables de 4, 7 et 9 (4 x 6) ; une deuxième colonne pose les opérations avec un facteur 10 (4 x 60), la troisième avec un facteur 100 (4 x 600). Les élèves hésitent sur la première colonne. On ne les sent pas à l'aise dans la connaissance des tables. La plupart d'entre eux reconstituent.

Au CM1, l'exercice est analogue, seule la taille des nombres diffère. Cette fiche adaptée d'un manuel pose des multiplications par 35, 68 et 136, d'abord par 1, 2, 4, 6, 8, puis par 10, 20, 40, etc., enfin, 100, 200, 400, etc. Les élèves doivent ensuite chercher 46 x 35, 84 x 68, 248 x 136.

Une grande partie de la séance est menée oralement. Il faut dire comment on a fait ; les élèves ont toujours du mal à énoncer clairement ce qu'ils ont fait, plus encore à le justifier. Dans cette classe, il est clair que l'enseignante s'applique à faire construire des notions mathématiques. Mais les temps pour construire appuyés sur l'explication s'avèrent très longs et les élèves ne maîtrisent pas les tables de multiplication. L'entraînement est limité et la mémoire peu sollicitée.

Les élèves doivent en fait se conformer à la démarche pensée par le maître. Alors qu'ils ont déjà appris à poser les multiplications et que certains les réussissent bien (le cahier d'évaluation l'atteste), ils doivent revenir en arrière et calculer 248 x 136 en allant puiser dans le « répertoire » construit 8 x 136, 40 x 136, 200 x 136 et faire l'addition. L'exercice est évidemment intéressant car il vise à installer les notions de manière profonde, mais il est d'une telle complexité que les élèves sont perdus et ne perçoivent pas l'objectif visé.

L'apport principal se trouve finalement limité à la réalisation de « petites » opérations.

Le contrôle de la complexité des situations d'apprentissage suppose que la notion de problème soit clarifiée. S'il est indispensable de donner des « problèmes pour chercher », cette catégorie ne doit pas l'emporter sur les exercices plus simples. Lorsque les programmes de 2002 disent *« les problèmes ne se limiteront pas à ceux qui peuvent se résoudre à l'aide d'une seule opération : des problèmes nécessitant le recours, explicite ou non, à des étapes intermédiaires seront également proposés* », cela signifie qu'il y a nécessairement des problèmes à une seule opération. Il conviendrait d'être plus clair et de préciser que les maîtres doivent envisager :

- les problèmes à une opération,
- les problèmes avec étapes intermédiaires explicites,
- les problèmes avec étapes intermédiaires trouvées par l'élève,
- les problèmes plus complexes.

La catégorie des exercices les plus simples nous semble trop négligée en particulier pour les élèves les plus faibles. Là aussi, la différenciation pédagogique devrait permettre les adaptations nécessaires. Les élèves sont souvent débordés, perdus devant des situations trop larges.

Nous ne saurions trop recommander de repenser à la réflexion fort ancienne de Hans Aebli[23] *: « Celui qui veut appliquer le principe de la recherche par l'élève doit tenir compte du fait que cette méthode est de beaucoup la plus difficile des formes d'enseignement »* et également à celle-ci : *« Lorsque la matière est trop ardue pour la classe, le maître a toujours la possibilité de simplifier les questions à tel point que pour y répondre, il ne soit pas nécessaire d'avoir compris l'ensemble des rapports en jeu ».*

Le calcul : une attention insuffisante au calcul mental et au calcul instrumenté

Le temps consacré au calcul est également difficile à évaluer ; 60% des maîtres déclarent y consacrer de une à deux heures par semaine.

Temps consacré au calcul sur une semaine

< 1h	$1< t \leq 1,5$	$1,5< t \leq 2$	$2 < t \leq 2,5$	$2,5 < t \leq 3$	> 3h	Ne peut quantifier
9 %	30 %	30%	17 %	10%	2 %	2 %

Les programmes invitent les maîtres à distinguer clairement le calcul mental, le calcul posé, le calcul instrumenté. Le questionnaire s'est révélé trop imprécis pour mesurer le temps consacré au calcul mental qui est massivement estimé inférieur à une heure par semaine. Les observations ont par ailleurs montré l'insuffisance de cette activité : lors des observations de l'inspection générale, seulement une séance sur trois a commencé par un temps de calcul mental alors que cet entraînement devrait être quotidien. Dans certaines classes, le calcul mental est dissocié de la séance quotidienne de mathématiques. Il constitue quelquefois une activité, brève et intense, qui se glisse entre deux autres plus longues, sollicitant une attention un peu moins soutenue.

Le calcul instrumenté n'est l'objet d'un apprentissage organisé que pour une très faible minorité de maîtres. Dans certains cas, il est totalement inexistant. Quelques maîtres considèrent même que la calculette est un handicap au savoir calculer. Cet avis rejoint celui du mathématicien René Thom[24] : *« En autorisant l'usage de la calculette dès l'âge de six ou sept ans on aboutit à une connaissance moins intime du nombre que celle à laquelle nous accédions grâce à la pratique du calcul mental »*, citation rapportée par Stanislas Dehaene qui ne partage pas ce point de vue. Pour ce dernier, *« L'usage raisonné de la calculatrice en libérant l'enfant des aspects fastidieux et mécaniques du calcul peut lui permettre de se concentrer sur le sens »*[25].

Le calcul posé apparaît le plus pratiqué, le nombre et la fréquence des suites d'opérations effectuées étant très variables d'une classe à l'autre. La perception par le maître du caractère d'utilité ou des aspects rébarbatifs de ces exercices d'entraînement décide de l'ampleur de ce type d'activité. Globalement, un temps plus important semble consacré à la compréhension du sens des opérations qu'à l'entraînement aux techniques opératoires. Lors

[23] Hans Aebli, Didactique psychologique, Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1966, p. 81
[24] René Thom, médaille Fields 1958
[25] Stanislas Dehaene, *La Bosse des maths*, Paris, Odile Jacob, 1997, p. 184-185

de nos visites, il n'a pas été constaté de présentation de techniques diversifiées pour la multiplication ou pour la division. Pourtant, depuis une trentaine d'années, de nombreux documents pédagogiques ont mis à l'honneur diverses techniques qui peuvent donner une dimension ludique à cet apprentissage et qui n'empêchent pas de « stabiliser » l'apprentissage de la technique usuelle. Ainsi, la multiplication *per gelosia* offre une facilité de calcul et peut aider à la compréhension de l'algorithme traditionnel. Ou encore, une multiplication calculée directement sans les produits intermédiaires peut être un enjeu qui mobilise les capacités de mémorisation de calculs intermédiaires.

$$\begin{array}{r} 23 \\ \underline{\times\ 45} \\ 1035 \end{array}$$

Schéma

mnémotechnique 

Pour la division, les documents d'application et d'accompagnement précisent que la technique « dépouillée » n'est pas une compétence visée et préconisent de laisser les soustractions et même les multiplications mises en jeu. Cette démarche est largement installée dans les classes.

Certains maîtres, trop rares, conduisent les élèves à effectuer une vérification des opérations calculées : la plus essentielle, qu'il faudrait effectuer systématiquement, porte sur l'ordre de grandeur du résultat. En matière de division exacte, faire effectuer la multiplication correspondante est non seulement un exercice technique, mais un moyen de fixer le sens de ces deux opérations inverses l'une de l'autre.

On peut aussi noter que le document d'accompagnement des programmes n'accorde qu'une place réduite au calcul posé (5 pages) alors que le calcul mental et l'usage des calculatrices en classe font l'objet de longues considérations (respectivement 15 et 11 pages). Certains maîtres ont pu y lire un signe de moindre considération pour cette forme de calcul alors qu'il s'agissait plutôt de rechercher des équilibres nouveaux entre formes diverses de calcul.

En tout cas, il est clair que le calcul n'est pas suffisamment considéré : il conviendra de lui redonner sa place dans toutes ses modalités. Il faut apprendre aux élèves à calculer intelligemment – les textes développent largement et depuis longtemps la notion de calcul réfléchi ! Déjà, en 1911, Carlo Bourlet, professeur au Conservatoire des arts et métiers écrivait dans l'article sur les mathématiques du Nouveau dictionnaire de pédagogie : « *Dans tous les degrés de l'enseignement primaire, mais plus particulièrement dans les cours élémentaire et moyen, il faut longuement exercer les enfants à calculer de tête* »[26]. Il insistait sur l'importance de cette « *gymnastique intellectuelle* » en indiquant qu'il fallait laisser une latitude de choix de méthodes aux élèves : « *L'un des grands avantages du calcul mental est d'exciter l'ingéniosité de l'élève, de l'obliger à réfléchir, de le forcer à bien se pénétrer du sens des opérations qu'il fait ; mais cet avantage n'est réel que si on laisse à l'enfant une certaine latitude, si on l'abandonne un peu à lui-même de façon qu'il se crée des petites méthodes personnelles* ». Il est essentiel d'apprendre à calculer mentalement, ce qui suppose une rapidité et agilité de l'esprit. Ainsi, à propos du calcul et sur l'exemple de 24 + 59, Stanislas Dehaene écrit que « *s'il veut calculer vite, le cerveau semble obligé d'éviter de comprendre ce qu'il fait* »[27]. Ce résultat que chaque adulte ou enfant sachant calculer peut aisément vérifier devrait être mieux pris en compte par l'action pédagogique. Pour cela, il

[26] Ferdinand Buisson, Nouveau dictionnaire de pédagogie, Paris, Hachette, 1911, P. 1264
[27] Ibidem, p. 180

faut éviter de trop séparer « réfléchi » et « automatique » puisque l'un s'appuie sur l'autre et réciproquement. Comme le souligne Michèle Artigue, il y a une intelligence du calcul : « *dénué d'intelligence, le calcul est aussi souvent perçu comme quelque chose qui peut et doit s'apprendre mécaniquement : mémorisation, répétition, devenant les mots emblématiques de cet apprentissage. (…) Faire aimer les mathématiques, c'est aussi faire aimer ce calcul sans lequel elles n'existeraient pas, sans lequel elles seraient impuissantes. Pour cela un équilibre doit être trouvé dans l'enseignement et l'apprentissage du calcul entre automatisation et raison, ses deux facettes indissociables*. »[28]

Le calcul sous toutes ses formes – posé, instrumenté, mental – doit être développé en jouant sur l'intérêt et le plaisir que chaque élève peut prendre en constatant ses progrès dans les activités qui lui sont proposées.

Des démarches pédagogiques qui doivent être améliorées

Démarche pédagogique			
Forte dominante Maître parle	Forte dominante Travaux individuels	Forte dominante Travaux de groupes	Equilibre entre les trois formes de travail
29 %	13 %	9 %	49 %

Pertinence de la démarche	
Correcte	Peu adaptée
65 %	35 %

Les observations mettent en évidence que, dans la moitié des classes, la démarche pédagogique est équilibrée entre diverses formes, celle d'un enseignement où la parole du maître domine, celles qui font appel prioritairement aux travaux individuels ou aux travaux de groupes. Les inspecteurs estiment que, dans deux cas sur trois environ, le maître fait un choix correct de démarche.

L'enseignant	oui	non
- s'adresse collectivement à la classe	95 %	5 %
- s'adresse individuellement à chaque élève	80 %	20 %
- propose des activités différentes selon le niveau des élèves	33 %	67 %
- rectifie chaque erreur commise	75 %	25 %
- fait une synthèse en fin de séance	60 %	40 %

Ainsi, dans une classe de CE2-CM1, les vingt-cinq élèves commencent cette journée d'automne par un problème. Les huit élèves du CM1 disposent du texte suivant : *« J'héberge 10 animaux, uniquement des chiens et des chats. Les chiens mangent 6 biscuits par jour, les chats seulement cinq. Chaque jour, il me faut 56 biscuits pour les nourrir. Combien ai-je de chiens et de chats ? »* Au CE2, les dix-sept élèves ont un problème de même nature, ce qui est d'ailleurs fortuit, selon l'enseignante. Le problème est présenté comme une « devinette » : *« J'ai 5 images d'animaux. Ce sont des images de chat et des images d'oiseaux. J'ai compté toutes les pattes. Il y en a 14. Trouve combien j'ai d'images de chats et d'images d'oiseaux. »*

La séance d'environ une heure fait alterner des temps de travail individuels, de groupes de deux ou trois élèves et de synthèse collective. Ce qui frappe en premier, c'est la différence de démarche suivie par les élèves à un an d'intervalle. Les CM1 pensent immédiatement à mettre en action des opérations – addition et

[28] Actes de l'université d'été « *Le calcul sous toutes ses formes* », août 2005, Saint-Flour
http://www3.ac-clermont.fr/pedago/maths/pages/site_math_universite/Actes_UE/Michele_Artigue.doc
Consulté le 6 avril 2006

multiplication – alors que les CE2 ont recours à un schéma. Le tâtonnement des CM1 met en évidence des écritures diverses du type 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 5 + 5…, c'est-à-dire une recherche de proximité avec l'objectif visé. Les plus habiles effectuent un raisonnement et l'écrivent. « *Un chien mange 6 biscuits, 5 chiens mangent 30 biscuits, 6 chiens mangent 36 biscuits, etc.* » Un autre groupe s'appuie au départ sur le nombre d'animaux et écrit « *il faut partager 10* ». « *9 x 6 = 54 ; 9 chiens, cela ne va pas* », etc. La forme d'écriture *(6 x .) + (5 x .) = 56* aurait d'ailleurs pu être donnée.

Durant toute la séance, les élèves travaillent des compétences en matière de recherche. Ils émettent des hypothèses et les vérifient. L'enseignante est attentive aux recherches de chacun et pose les questions qui invitent à pousser plus loin. Ceux qui sont allés plus vite sont relancés spécialement vers d'autres recherches, par exemple en remplaçant la donnée 56 par 72. La comparaison des démarches est facilitée par le fait que les recherches ont conduit à une écriture sur une grande feuille facile à exposer. Du cahier de brouillon – support le plus important pour chercher librement – au papier support d'une communication collective (poster) et jusqu'au cahier du jour où sont consignées les solutions pertinentes et les démarches à mémoriser : chaque support a sa place et sa fonction spécifique.

Au CE2, le même type d'exercice a une fonction différente. L'exercice est nouveau pour les élèves. Le premier besoin porte sur la compréhension de l'énoncé. Un temps de lecture individuel, puis une lecture en commun qui met l'accent sur les mots importants et les données permettent de lancer les réflexions en groupes. Ensuite, les élèves peuvent s'engager dans leur travail, tous ayant recours à une schématisation avec des cartes représentant les pattes ou les animaux.

La qualité d'une démarche pédagogique repose, comme dans l'exemple qui vient d'être cité, sur une organisation générale des activités de la classe et donc sur sa préparation, elle porte tout autant sur la capacité d'adaptation du maître à la situation. Le document *Lire et écrire au cycle 3*[29] parle de guidage fort, de guidage faible. L'observation de certaines séquences montre que des maîtres utilisent parfaitement cette notion. De manière générale, plus une séance est complexe, plus le guidage du maître devrait être serré. Guidage ou peut-être pilotage : le maître doit garder la conduite de la séance et ne pas laisser les élèves errer trop longtemps sans succès et surtout sans savoir ce qu'ils cherchent.

A titre d'illustration de cette idée, on peut citer cette classe de CM1 de trente élèves de région parisienne. Dès l'entrée en classe, la maîtresse donne le problème suivant : « *Je vais acheter une commode et je me rends chez un antiquaire. J'ai mis dans mon portefeuille 5 billets de 200 €, 8 billets de 50 €, 20 billets de 20 €. La commode coûte 1000 €. Comment puis-je payer ?* »

La méthode de travail suivie par la maîtresse fait alterner travaux individuels, travaux de groupes. Le travail est dirigé de manière claire pour faire progresser les élèves vers le but « trouver toutes les solutions ». Dans un premier temps (cinq minutes suffisent), les élèves trouvent quelques premières solutions. Certains ont posé des additions, d'autres les ont écrites en ligne, d'autres encore ont réalisé des multiplications oui ont combiné addition et multiplication avec des écritures du type (50 x 8) + (4 x 200) = 1000. Une première mise en commun fait apparaître le nombre important de solutions par une question simple : *« avez-vous trouvé une solution autre que celles qui sont écrites au tableau ?* » Le travail est alors effectué en petits groupes avec consigne de trouver *toutes* les solutions, la maîtresse répète et insiste sur *toutes*. Ces solutions doivent être organisées sur la feuille. Un temps de recherche est clairement donné : vingt minutes. Au milieu, la maîtresse ayant observé les recherches libres, fait un point de guidage : elle se limite à rappeler la demande et indique qu'elle souhaite que se dégage une *organisation* (elle appuie sur ce mot). Dans la mise en commun, la solution méthodique se dégage progressivement dans un dialogue entre un élève au tableau et les autres élèves.

Les séances de recherche appellent nécessairement un pilotage de l'enseignant. Les élèves ne doivent pas perdre de vue l'objectif qui leur est proposé. Le questionnement doit être approprié avec des questions ouvertes ou fermées selon le moment. Si la question est trop fermée, c'est la solution qui est presque donnée. Si elle est trop ouverte, elle peut ne rien apporter et laisser l'élève en panne. Le guidage, le pilotage des séances de recherche appellent donc une compétence pédagogique de haut niveau et une maîtrise disciplinaire et didactique confirmée pour être productive.

---

[29] Documents d'accompagnement des programmes, *Lire et écrire au cycle 3***,** CNDP, 2003, page 25

Mais toutes les séances observées ne possèdent pas les qualités mises en évidence dans ces exemples. Certains maîtres rencontrés, notamment les plus jeunes, interprètent mal certaines recommandations et propositions des documents d'accompagnement des programmes ; ainsi, dans le chapitre « les problèmes pour chercher », il est écrit *« je ne donnerai aucun renseignement pendant votre travail* », « *la maîtresse passe discrètement dans les groupes (...) mais n'apporte pas d'éléments susceptibles d'orienter le travail des élèves* ». En page 11 du même document, le rôle de l'enseignant est défini de manière synthétique : « *Pendant une séance de " problème pour chercher " le maître n'apporte aucune aide sur la résolution du problème, ce qui ne veut pas dire qu'il est totalement absent de l'activité. Au bout d'un moment, il circule, observe, note des éléments intéressants ».* Durant une séance de recherche mathématique, l'enseignant observe activement chaque élève, c'est-à-dire en le regardant en train de chercher, au plus près de son travail, sans le gêner, mais dans une attitude de repérage d'erreur éventuelle qui appelle alors un dialogue silencieux, éclairant pour l'élève et lui-même. Cette interaction ménage un éventuel temps pendant lequel l'élève « sèche » (« sécher » fait totalement partie de la culture mathématique et même du plaisir ultérieur de la découverte). Il y a un équilibre subtil à trouver entre l'intervention auprès de l'élève et le respect du temps de recherche.

De manière générale, une proportion importante de séances (35 %) pourrait être améliorée. Les axes de progrès portent principalement sur la différenciation pédagogique, sur les travaux de groupes, sur l'attention portée à l'erreur, sur la synthèse.

La différenciation pédagogique est insuffisante

Dans 67 % des classes observées, il n'y a pas de différenciation pédagogique réelle dans les activités proposées ; sachant que dans les 33 % restants sont comptées les classes à deux ou trois cours, la différenciation pédagogique n'est pratiquement pas mise en œuvre. Il y a trop souvent une recherche d'un niveau moyen qui finalement ne satisfait ni les plus forts ni les plus faibles.

En constatant, sur un demi-siècle, les évolutions qui ont permis de limiter les classes à plusieurs cours pour aller vers des classes à cours unique, la différenciation pédagogique est moins pratiquée qu'autrefois. Celle-ci est perçue comme complexe et lourde à mettre en œuvre alors qu'en mathématiques, elle consiste le plus souvent à mettre les élèves dans une situation de travail personnel avec des exercices ou situations adaptés à leur capacité et proposés pour permettre une progression. Ainsi, une séance observée visant à la compréhension de la place des chiffres dans un nombre à trois chiffres, avec une attention spécifique au zéro a pu être observée sur un mode dialogué et répétitif alors que la batterie d'exercices d'application prévus en fin de séance aurait pu constituer le début de la leçon, le maître portant son attention à chacun et se limitant à une synthèse finale. Le faible effectif de la classe (dix-huit élèves) permettait cette mise en œuvre active. La différenciation n'a pas à être individualisée sauf cas particulier, notamment des programmes personnalisés de réussite éducative (PPRE).

Mettre en oeuvre une réelle différenciation pédagogique dans chaque classe devrait être une priorité absolue. Cela constituerait un changement majeur pour le système éducatif et donnerait un maximum de chances à chaque élève. La différenciation pédagogique est une organisation pensée de l'activité en fonction des besoins des élèves ; il peut quelquefois s'agir simplement de proposer un nombre d'exercices à effectuer moins important pour quelques élèves ou encore d'introduire des activités plus simples. Il s'agit toujours de permettre à l'élève d'avancer selon une progression raisonnable avec le soutien - l'aide du maître - approprié. La différenciation pédagogique peut nécessiter de ménager des étapes supplémentaires dans la résolution de certains problèmes. Donnons un exemple : *un commerçant vient de recevoir 15 caisses de pommes contenant chacune cinq kilogrammes, 10 caisses de poires contenant également cinq kilogrammes. Il a payé les pommes 1,10 euro le kilo et les poires 1,20 euro le kilo. Il les revend en augmentant de 50 centimes le prix du kilo de pommes et 60 centimes celui des poires.* Une telle situation peut conduire à toute une série de questions de niveau de difficulté variable. On peut par exemple envisager une seule question pour les élèves que l'on sait les plus rapides, on peut aussi poser des questions plus simples ou intermédiaires pour aider les élèves. *Quelle sera la recette totale de ce commerçant lorsqu'il aura tout vendu ?* peut sembler une question facile à certains élèves alors que d'autres peineront à comprendre le mot *recette* ou auront besoin d'être accompagnés pour trouver d'abord le prix de vente de chaque kilo de pommes et de poires, puis de faire les multiplications et enfin l'addition donnant la réponse. Différencier les activités pourrait aussi conduire le maître à ajouter une question plus délicate aux élèves les plus rapides : par exemple, en faisant l'hypothèse d'une remise en cas de vente de la moitié des fruits à un seul client, ou encore d'une perte de ventes pour fruits avariés.

Cet exemple veut simplement mettre en valeur la nécessité d'adapter les situations d'apprentissage au niveau réel des élèves ; cela appelle toute la compétence du maître pour trouver les activités variées dans leur niveau de difficulté et progressives.

L'erreur est permise, mais elle n'est pas exploitée

De nombreux travaux ont été consacrés au rôle de l'erreur et l'on sait bien que l'erreur est formatrice. Stella Baruk écrivait, il y a plus de vingt ans, « *c'est l'espace d'une encyclopédie qui serait nécessaire pour recenser et démonter les questions que posent les erreurs des élèves* ».[30] Les observations des inspecteurs généraux montrent que les maîtres sont largement conscients du parti qu'ils peuvent tirer des erreurs commises. Dans nombre de classes, les erreurs sont analysées et démontées. Mais trop souvent, l'analyse de ces erreurs est collective. Ainsi, dans une situation qui a conduit les élèves à écrire sur leurs ardoises, une erreur observée à plusieurs reprises est montrée à tous. Si un seul élève écrit 604 comme résultat de 600 + 40, il n'est pas pertinent d'analyser l'erreur collectivement. Il est préférable de voir discrètement si l'élève reproduit cette erreur et, dans ce cas, d'en rechercher la cause auprès de lui, avec lui.

Les phases de travail individuel sont essentielles pour le maître. Elles lui permettent d'observer et constater les difficultés et les erreurs. Cette observation se doit d'être active : c'est en regardant l'élève en train de compter une opération (par exemple) que le maître saura débusquer l'erreur commise et en trouver la source même s'il ne suffit pas de « regarder » pour comprendre. Il faut interroger : « Pourquoi as-tu mis un 5 ici ? », « Es-tu certain de ce résultat ? », « Peux-tu recalculer devant moi ? ». Il faut faire « penser tout haut » autant qu'on le peut. La correction immédiate est essentielle car elle évite l'installation d'erreurs. Ainsi, lors d'un exercice qui consistait à écrire les nombres en chiffres à partir de l'écriture en lettres, dans la case soixante-trois, quatre élèves de la classe ont écrit 57. L'enseignante perplexe demande à l'élève qui indique alors « *en mathématiques, on fait faire des opérations. Soixante moins trois, je fais une soustraction et je trouve 57.* » C'était

[30] Stella Baruk, *L'âge du capitaine, De l'erreur en mathématiques*, Editions du Seuil, 1985, page 348

donc juste un problème d'interprétation du tiret, et pas du tout une difficulté mathématique. Les situations ne sont pas toujours aussi simples à comprendre et il faut quelquefois une série de questions pour parvenir à lever la difficulté. Une erreur peut être ponctuelle : ayant constaté qu'un élève venait d'écrire *12* x *12 = 41,* l'enseignant a rapidement interrogé sur la méthode employée et a pu voir que l'élève avait inventé « sa » technique pour une multiplication donnée en ligne, qu'il n'avait pas fait l'effort soit de la poser, soit de calculer « dans sa tête ». L'action a été efficace car il a conduit l'élève à s'interroger sur le sens de qu'il faisait, sur l'ordre de grandeur du résultat attendu (12 x 12, c'est donc plus grand que 10 x 10, c'est-à-dire que 100 ; donc 41 est forcément un résultat faux). Face à un élève qui devait calculer le double de 100 et constatant que l'élève a calculé la moitié, une invitation à relire l'énoncé s'est révélée bien faible pour résoudre la difficulté de compréhension et surtout pour aider à stabiliser la différence entre les deux termes. Ailleurs, un élève ayant additionné tous les nombres d'un énoncé s'entend dire : « cela ne va pas » ; une telle réponse qui aurait pu suffire à certains se révèle trop vague et imprécise, l'élève restant bloqué et ne comprenant pas les termes de l'énoncé. Une relecture avec le maître et en silence aurait été plus efficace. La prise en compte des erreurs individuelles est une activité subtile qui nécessite des qualités d'écoute et de dialogue ; il faut aussi un savant dosage de questions ouvertes et de réponses partielles.

Il est également important de distinguer les erreurs selon qu'elles sont commises par un ou par plusieurs élèves, cette dernière situation appelant un traitement global. Ainsi, dans une classe, à propos de la valeur des chiffres selon leur position dans les nombres, l'enseignante après avoir fait procéder à des recherches personnelles – « prenez votre tableau de numération » – et face à des erreurs massives, fait une pause de remédiation collective (sur l'ardoise, dictée de nombres et indication des unités, des dizaines).

Le travail en groupes est souvent confus et peu efficace

Pourquoi travaille-t-on en groupes ? Si bon nombre de maîtres mettent en oeuvre des travaux de groupe avec une grande pertinence, d'autres procèdent à une mise au travail en groupes sans avoir suffisamment réfléchi à l'intérêt de cette démarche. Souvent, un travail individuel serait plus profitable avec, au besoin, une collaboration avec son voisin.

Quelquefois, on observe que le travail de groupes est même un obstacle à la résolution du problème posé. Ainsi, une consigne de travail peut être discutée longtemps en groupes alors que chaque élève aurait pu résoudre lui-même le problème. A certains moments, le travail en groupes conduit à une dispersion et un moindre investissement de chaque élève. L'intérêt de la communication interne aux groupes ne peut être perçu que si chaque élève s'investit dans la situation et si l'effet leader est contenu.

Le travail en groupes s'apprend. Les maîtres en sont bien conscients à tel point qu'une enseignante rencontrée en fin de premier trimestre dans le CM1 dont elle a la responsabilité cette année peut dire en analysant des difficultés rencontrées dans la séance de mathématiques du jour : *« Je suis davantage une maîtresse de CM2 et mes élèves de CM1 sont encore peu habitués au travail en groupes ».* De fait durant toute la séance, une ambiguïté existait pour les élèves autour de la consigne « *Organisez-vous pour trouver les réponses* ! ». Pour les élèves, il s'agissait de trouver une méthode de travail, savoir comment on pouvait travailler (qui faisait quoi ?) alors que pour l'enseignante, il s'agissait de trouver une méthode mathématique.

Mais même en CM2, dans bon nombre de cas, le travail de groupes se révèle « touffu » et ne conduit pas à une synthèse. Le maître a son idée, mais les élèves ont souvent des difficultés à comprendre ses intentions. Lorsque l'écart est trop grand, le maître, conscient de l'enlisement, arrête et diffère toute conclusion. Dans bien des cas, on pourrait substituer à ces temps des activités de travail en autonomie avec entraide du voisin et du maître.

Illustrons notre propos par un exemple : des élèves de CM2 ont effectué plusieurs exercices du modèle suivant : « *un segment mesure 6 centimètres. Tu dois le partager en 7 morceaux égaux. Combien mesure chaque morceau ?* » Les élèves ont répondu précédemment par un procédé technique (lignes du cahier). Ils ont mesuré avec leur double décimètre, et on était tout près de plusieurs notions essentielles – nombre rationnel, écriture fractionnaire, écriture décimale, valeur approchée – sans oublier la notion de validation par recours à la multiplication. Au lieu de cela, ces élèves se voient offrir une « situation » complexe, la consigne est donnée oralement : « V*ous allez repérer les sept cinquièmes de cette ficelle* » (sic). Les contraintes de la résolution sont maximales par les outils : grande feuille, règle, équerre, ruban adhésif, autres ficelles de même longueur. Les élèves tâtonnent, pensent aux fractions et aux « tartes » qui ont été le principal support de leur introduction (la séance vise aussi à diversifier le support d'introduction) et, au bout d'un moment, tracent des parallèles, mais d'une manière mécanique. Au passage, des erreurs multiples sont commises dont la mise en commun n'apparaîtrait pas pertinente. La séance s'achève sur une promesse de reprise, mais aussi sur une perplexité sur l'apport réel à la construction de la notion de nombre rationnel. Ce sentiment d'achèvement impossible doit conduire à s'interroger : ne peut-on pas faire plus simple ? Ne devrait-on pas davantage jouer sur les nombres ? 7/5 est une fraction dont le numérateur est supérieur au dénominateur. Qu'en déduit-on immédiatement ? Par ailleurs, il s'agit d'une fraction décimale. Quel nombre décimal puis-je écrire comme équivalent ? Que faire du nombre 1,4 obtenu ? Puis-je mesurer la ficelle ? Puis-je faire une multiplication ? En fait, quelles sont les connaissances que l'élève peut mobiliser pour résoudre la question ? Il semble que trop souvent, l'élève ne soit pas autorisé à utiliser ce qu'il sait.

Les connaissances des élèves ne sont pas suffisamment prises en compte

On est parfois surpris par certaines activités qui ne permettent pas aux élèves d'utiliser des connaissances acquises ou encore en construction. Ainsi, dans une classe, les élèves ont à partager une somme d'argent donnée concrètement sous forme de billets factices. Les élèves travaillent en groupes de trois ; tous ont la même somme. Les jours précédents, les élèves ont déjà étudié des situations de division avec énoncés écrits ou oraux ; ils ont posé des divisions. Dans ces conditions, pourquoi d'autorité limiter la résolution de l'exercice à des manipulations, ce qui constitue une phase régressive de la résolution de ce type de situation ?

Cette séance aurait trouvé sa pertinence si on avait laissé aux élèves le choix de leur méthode de résolution au lieu de leur interdire *a priori* d'utiliser les connaissances justement en cours d'élaboration. Le sens et la force de la division seraient apparus aux yeux des élèves qui n'avaient pas compris par un rapprochement avec tous les autres exercices vus les jours et semaines précédents : « l'achat de 12 dictionnaires a coûté 372 €. Quel est le coût d'un dictionnaire ? »

La synthèse finale et le résumé sont trop souvent négligés

Dans l'exemple « antiquaire et commode » cité précédemment, les élèves comprennent qu'il y avait plusieurs réponses possibles. Mais plus que le nombre, c'est la démarche qu'il fallait retenir avec la validation précise et organisée. Le tableau suivant pouvait aisément être construit avec les élèves. Il présente l'avantage de visualiser une méthode rationnelle et adaptée, une méthode qui constitue une réponse convaincante. Bien sûr, ce n'est qu'en donnant un problème similaire que le maître pourra savoir si ses élèves ont appris quelque chose en l'occurrence un cheminement cohérent, une réflexion logique.

Nombre de billets de 200 €	Nombre de billets de 50 €	Nombre de billets de 20 €	Preuve
5	0	0	5 x 200 = 1 000
4	4	0	(4 x 200) + (4 x 50) = 1 000
4	2	5	(4 x 200) + (2 x 50) + (5 x 20) = 1 000
4	0	10	(4 x 200) + (10 x 20) = 1 000
3	8	0	(3 x 200) + (8 x 50) = 1 000
3	6	5	(3 x 200) + (6 x 50) + (5 x 20) = 1 000
3	4	10	(3 x 200) + (4 x 50) + (10 x 20) = 1 000
3	2	15	(3 x 200) + (2 x 50) + (15 x 20) = 1 000
3	0	20	(3 x 200) + (0 x 50) + (20 x 20) = 1 000
2	8	10	(2 x 200) + (8 x 50) + (10 x 20) = 1 000
2	6	15	(2 x 200) + (6 x 50) + (15 x 20) = 1 000
2	4	20	(2 x 200) + (4 x 50) + (20 x 20) = 1 000
1	8	2	(1 x 200) + (8 x 50) + (2 x 20) = 1 000

Une situation voisine est observée dans une classe de CM2. L'énoncé est donné oralement, ce qui est toujours regrettable : « *Combien de pièces de 2 euros et de billets de 5 euros pour 97 euros sachant que j'ai 32 pièces et billets* ? ». L'enseignante demande d'abord à ses élèves si ce problème en rappelle un autre. L'activité proposée est directement issue des documents d'accompagnement (problème intitulé La tirelire qui fait suite à un autre de même nature sur support différent).

La séance commence de manière rigoureuse en exposant la démarche à suivre : cinq minutes de travail individuel, vingt minutes de travail en groupes avec production d'une trace écrite sur une affiche, mise en commun. Le déroulement est conforme aux consignes. Dans le premier temps, le travail est intense. La communication entre élèves s'effectue conformément à la demande de l'enseignante sur un mode chuchoté. Seul défaut : le travail se déroule sur l'ardoise, ce qui est un handicap dans ce type de situation. Le brouillon aurait dû être privilégié ; d'ailleurs, la maîtresse le dit : ne jamais effacer vos essais ! Trois élèves ont trouvé la réponse dans les cinq minutes ; deux d'entre eux ont même eu le temps de vérifier et d'écrire la phrase de réponse.

Pour aboutir dans un temps aussi court et bien sûr sans recourir explicitement à l'algèbre, ils ont en fait posé l'écriture suivante 5 x . + 2 x . = 97 et ont procédé par essais. Les autres ont eu pour le plus grand nombre recours à des additions réitérées avec dans quelques cas dessin des objets en question.

La création des groupes n'a pas été laissée au hasard ; il y a eu association d'élèves forts et d'élèves plus faibles. On observe toutefois que la communication à l'intérieur des groupes ne fonctionne pas parfaitement et que l'entraide est difficile à établir.

Lors de la restitution, chaque groupe envoie un représentant au tableau. Chaque solution est présentée. Cette phase est comme très souvent la plus difficile à réaliser. Ici, la position de l'enseignante est d'être en retrait laissant s'installer un dialogue entre les élèves. Comme souvent, la phase de restitution est trop longue. L'exposition des tâtonnements ne menant à rien : les « explications » ne peuvent pas être assez claires pour permettre à la classe de suivre. Aucune synthèse n'est dégagée.

Avant chaque leçon ou séance, l'enseignant devrait s'interroger non seulement sur les objectifs visés, sur les compétences à faire acquérir, mais plus précisément sur les habiletés ou les connaissances (nouvelles ou consolidées). Préparer un bref résumé est essentiel à la fois pour l'enseignant et pour ses élèves.

Les mathématiques et la langue : une vigilance à accroître

L'expression orale des élèves est à développer

Les mathématiques nécessitent des temps de discussion orale, par exemple pour mieux comprendre un énoncé préalablement lu individuellement. L'oral sert aussi à exprimer des solutions, à comparer des méthodes, à distinguer les plus efficaces. Les élèves doivent apprendre à communiquer en mathématiques : la présentation au tableau est alors utile car elle permet d'apprendre à utiliser les termes indispensables à l'inter-compréhension et les arguments qui peuvent convaincre un auditoire de la justesse d'un raisonnement. L'oral sert aussi à dégager des règles, à souligner les points de méthode. À l'école primaire, la construction d'une notion relève pour l'essentiel du dialogue didactique qui s'instaure entre les élèves et entre le maître et les élèves. L'accompagnement par l'adulte d'un apprentissage, du réinvestissement d'un acquis suppose les mêmes types d'échange entre le maître et les élèves.

L'oral a donc une place importante dans le travail mathématique, mais trop de séances observées manifestent un déséquilibre dans les temps de parole des élèves et du maître : le monologue de l'adulte qui ne cesse de donner des consignes l'emporte sur le dialogue didactique qui construit. Dans les mêmes classes, la parole du maître étouffe le temps de réflexion silencieuse des élèves : ils n'ont matériellement pas le temps de « chercher ».

Trop souvent aussi, les maîtres ne sont pas assez attentifs au vocabulaire utilisé par les élèves. Sans rectifier au coup par coup, il convient que le maître apporte les corrections utiles, parfois en reformulant dans un langage exact et clair le propos d'un élève, parfois en soulignant la confusion des mots utilisés pour mieux fixer le sens du terme approprié. Il importe de corriger des approximations qui peuvent traduire ou induire des représentations erronées. Il n'est pas acceptable par exemple que des élèves de CM1 disent de manière systématique sans que cela soit rectifié : « j'ajoute 0 » quand ils écrivent 0 à droite d'un nombre dans le cas d'une multiplication par 10, comme on a pu l'entendre dans les mises au point collectives durant une séance de calcul mental.

On observe aussi de belles réussites quand le maître fait preuve d'une vigilance continue ; ainsi un inspecteur note : « *Dans cette classe, certains élèves ont un niveau de langue quand ils prennent la parole qui n'est déjà plus de l'oral spontané. Il faut sans doute y voir l'effet modélisant (au sens positif du terme) de la pratique de reformulation de l'enseignante qui re-parle le langage spontané des élèves ; elle le fait de telle façon que ceux qui ne parviennent pas (encore) à l'imiter ne sont pas inhibés par une pression normative.*»

La lecture des énoncés : des pratiques contrastées

Les programmes demandent qu'une attention particulière soit portée aux difficultés de lecture des énoncés, au passage de l'usage ordinaire de la langue à un usage plus précis avec « *un lexique et des formulations spécifiques* » ainsi qu'à l'écriture dans ses divers objectifs. Les observations montrent que 75 % des maîtres sont attentifs à ces divers aspects.

En ce qui concerne la lecture d'énoncé, un inspecteur « *sent de bonnes habitudes* » : « *Lecture par les élèves des textes ou consignes pour les activités : reformulation par les élèves puis mise en route sans problème* » ; ailleurs, *« l'entraînement au défi/kangourou a conduit la maîtresse à faire pratiquer un repérage des éléments essentiels du texte (surlignage) ; la mise en commun inclut l'échange sur ces éléments considérés comme essentiels par les uns et les autres (dans le texte du jour, on a exploré la différence entre « deux fois » et « deux fois plus que »). »*

Si les commentaires des inspecteurs sont majoritairement positifs sur ce point, on relève aussi des réserves et des critiques : « *C'est la maîtresse qui lit et glose les consignes sans attirer l'attention des élèves sur ce qui est écrit*. »

Depuis le célèbre problème du capitaine[31], les enseignants ont été invités à travailler sur le sens des mots et des textes de façon à éviter que les élèves se précipitent sur une réponse en termes d'opérations disponibles et mettent en place une procédure incohérente. Le document d'accompagnement des programmes *Lire et écrire au cycle 3*[32] comporte ainsi deux pages d'« indications de travail » sur la place de la question, l'ordre des données, la complexité du texte, la terminologie, etc.

Ces préconisations passent dans les classes : par exemple, dans une classe de CM1, les élèves reçoivent en début de séance un tableau indiquant la taille en centimètres d'un enfant de sa naissance jusqu'à l'âge de 12 ans. L'activité consiste à dire quelles questions peuvent être posées. Les élèves en équipes doivent les écrire, puis les présenter à leurs camarades.

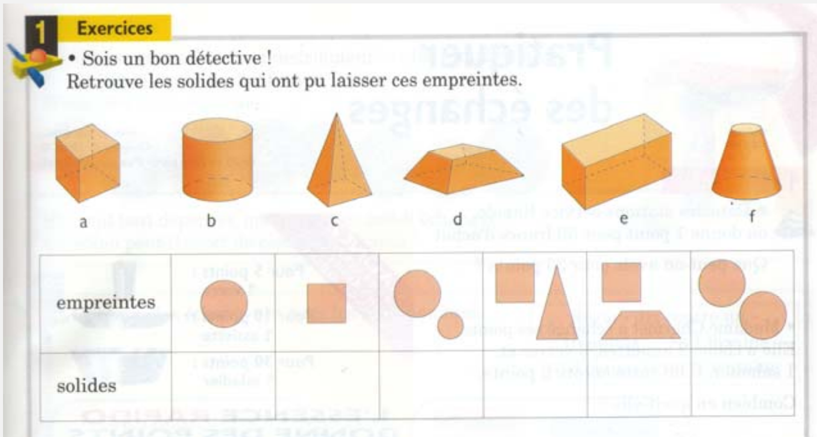
Age en années	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Taille en cm	75	85	93	100	103	110	114	119	125	130	133	137	145

Quelques tentatives : « *Quelle taille y-a-t-il de différence entre 3 ans et 5 ans ? Combien y-a-t-il de différence entre 5 et 8 ans ? De combien de cm a-t-il grandi de 1 à 5 ans ? Quelle taille a Jérôme à 12 ans ? Pourquoi n'y a-t-il pas de 160 ? A quel âge a-t-il en taille 103 cm ?* »

L'activité se révèle intéressante par la qualité de l'organisation du travail. Elle est bien dans l'esprit du développement de la transdisciplinarité, le maître ayant conscience que l'on est davantage dans une activité de lecture que de mathématiques.

Les critiques de cette démarche existent : « *Pour apprendre des mathématiques, il ne s'agit plus de faire résoudre des problèmes à l'élève, mais de lui apprendre à les résoudre* ».[33] Nos observations ne nous conduisent pas à penser que les maîtres ont exagéré cet axe de travail. Nous avons en revanche relevé des cas trop nombreux où les élèves s'engagent dans un travail sans que la consigne ait été suffisamment précisée.

Ainsi, l'exercice suivant conduit à une résolution approximative. L'énoncé tiré d'un manuel scolaire[34] est le suivant : « *Sois un bon détective ! Retrouve les solides qui ont pu laisser ces empreintes.* »



Certes, on peut considérer l'exercice comme « tout simple » appelant à remplir des cases, le cube laisse un carré comme empreinte et pas d'autre figure, le cylindre un disque… Mais l'exercice ne mérite-t-il pas un examen plus attentif ? Une case réponse propose un disque et une autre case deux disques identiques. Doit-on répondre le cylindre dans les deux cas ? Et le tronc de cône, doit-on le classer également à deux endroits ? Et le carré, doit-on le considérer comme l'empreinte possible du cube, du tronc de pyramide, du pavé, de la pyramide ? En fait, la consigne n'est-elle pas trop floue ? Ou, l'exercice n'est-il pas trop difficile pour le niveau du CE2 ? A moins que l'on attende une réponse…sans se poser trop de questions. En l'occurrence, dans la classe où la situation était présentée, c'était « un petit exercice » de fin de séance. Le « contrat didactique » implicite « voulait » une résolution rapide… Sur ce modèle, on aurait pu construire un exercice un peu simplifié (enlever les deux disques identiques qui portent à confusion) et en faire un exercice de recherche à un autre moment du cycle.

---

[31] « *Sur un bateau, il y a 26 moutons et 10 chèvres. Quel est l'âge du capitaine ?* » Problème proposé par l'IREM de Grenoble, il y a 25 ans, largement commenté et ayant donné le titre d'un ouvrage de Stella Baruk, *L'âge du capitaine, de l'erreur en mathématiques*, Paris, Le Seuil, 1985.

[32] Document d'accompagnement des programmes, *Lire et écrire au cycle 3,* CNDP, 2003, p. 15 à 17

[33] Bernard Sarrazy, « Le problème d'arithmétique de 1887 à 1990 », *Carrefours de l'éducation*, n° 15, 2003

Mais faire des mathématiques, même à l'école élémentaire, n'est-ce pas entrer dans cette capacité à s'interroger, à comprendre ce que l'on demande et à chercher ?

Les supports écrits : le cahier de brouillon n'est pas assez utilisé

Les programmes demandent que les différentes formes d'écrit soient distinguées : écrits pour chercher, écrits pour communiquer une démarche et un résultat, écrits de référence. L'examen des travaux écrits des élèves met en évidence que chaque élève dispose d'un cahier de mathématiques ou d'un cahier du jour ou encore d'un classeur pour les mathématiques. Sur ce cahier, on trouve plutôt des activités que des règles ou des références. L'habitude de noter des résultats ou des démarches est trop rare.

Le cahier le plus présent est le cahier de brouillon : ce constat n'est que relativement positif car nous devrions avoir 100 % des élèves qui en disposent. Le cahier de brouillon devrait être à portée de mains et chaque élève devrait en cycle 3 l'utiliser à chaque moment, au moins en mathématiques. Le cahier de brouillon est un cahier où l'on cherche. L'élève n'est pas obligé de s'appliquer. Il cherche. Il réfléchit. Il pose une opération. Il esquisse un schéma. Il tente une représentation. Le cahier est utile au maître pour comprendre les processus engagés par l'élève, pour détecter les erreurs, pour comprendre les cheminements. Le cahier de brouillon n'a pas à être relevé par le maître, et bien sûr il ne donne pas lieu à notation. Le maître le regarde uniquement au moment où l'élève est en train de chercher.

Le cahier du jour sert à la mise au propre des solutions : comme son nom l'indique, il accueille le travail « du jour » (il existait autrefois le « cahier du soir » pour le travail écrit fait à la maison ou à l'étude). Ce cahier permet le passage à une expression formalisée, propre, lisible. Cette écriture soutient l'acquisition des démarches et des procédures. Les règles, les principes, les « choses » à savoir doivent être notées sur un cahier de références, outil plus pérenne que le cahier du jour.

Un autre outil essentiel est l'ardoise qui n'est pas un outil adapté pour la recherche car les essais ne sont pas conservés, mais effacés. En revanche, c'est l'outil du calcul mental. On note le résultat. On affiche. On efface. On recommence. Si une technique doit être apprise, alors on la notera sur le cahier du jour ou sur un cahier de référence. Exemple :

$12 + 59 = (11 + 1) + 59 = 11 + (1 + 59) = 11 + 60$

Le cahier du jour ou le cahier de mathématiques exige soin et application. Il accueille les productions des élèves après les recherches sur le cahier de brouillon. Il est visé et évalué régulièrement par le maître. Les corrections par le maître doivent être rigoureuses.

Les observations montrent aussi que les fichiers sont peu utilisés en cycle 3, ce qui est un élément positif ; le travail sur fichier présente des inconvénients majeurs, notamment celui de limiter les écrits des élèves.

Traces				
Support	Présence	Utilisation		
	Oui	Quotidienne	Régulière	Ponctuelle
Cahier de brouillon	87 %	69 %	26 %	5 %
Cahier du jour	66 %	74 %	20 %	6 %

[34] Mathématiques, collection Diagonale CE2, Nathan, 1993, p. 15

Cahier de maths	63 %	43 %	26 %	31 %
Cahier d'évaluations	58 %			100 %
Classeur	45 %	30 %	10 %	60 %
Fichier	8 %	50 %	35 %	15 %

Les instructions évoquent aussi les écrits pour communiquer : cette catégorie n'est pas facile à appréhender pour nombre de maîtres. Bien souvent, des travaux de groupes sont conçus pour générer une production, chaque groupe devant écrire sa démarche. Les élèves ont beaucoup de mal – et c'est normal – à distinguer ce qui est essentiel de la description de ce qu'ils ont fait. Les restitutions observées sont souvent délicates et peu productives. Une situation de construction d'un tangram s'est révélée particulièrement difficile, les élèves se perdant dans des tentatives de rédaction de phrases alors que la représentation suffisait.

Un environnement mathématique peu modernisé

	OUI	NON	Plusieurs
Le maître se réfère-t-il à un manuel ?	45 %	15 %	39 %
Le maître se réfère-t-il à un fichier ?	21 %	37 %	2 %
Le maître se réfère-t-il à un *livre du maître* ?	49 %	34 %	14 %
Chaque élève dispose-t-il d'un manuel ?	73 %	27 %	
Chaque élève dispose-t-il d'un fichier ?	12 %	88 %	
Les choix de manuels sont-ils concertés entre les maîtres du cycle 3 ?	32 %	68 %	
Chaque élève dispose-t-il d'une calculatrice ?	53 %	47 %	
Si oui, elle est en permanence à leur disposition?	35 %	65 %	
Document d'application et d'accompagnement des programmes	76 %	24 %	

Le manuel scolaire reste l'outil de base de l'élève et du maître

La très grande majorité des maîtres se réfère à un ou plusieurs manuels pour « faire la classe ». Trois quarts des élèves possèdent un manuel. Les choix sont très diversifiés, l'offre existante étant très abondante. Ces choix sont peu concertés au sein de l'équipe de cycle. Lorsqu'il y a discussion, le choix n'est pas toujours arrêté sur un même ouvrage. Ce manque de concertation se retrouve aussi dans les programmations de cycle qui n'existent que dans une école sur quatre.

Les fichiers sont moins utilisés en cycle 3 qu'en cycle 2, ce qui ne peut que rassurer, l'activité sur fiches limitant les écrits personnels et souvent les phases de recherche.

On commence aussi à observer une baisse des travaux sur photocopies, ce qui permet de développer là aussi le travail écrit des élèves et contribue à une meilleure tenue des cahiers (moins de collage en tous sens).

Les calculettes sont peu utilisées

Seul, un élève sur deux a une calculette à disposition dans la classe. Lorsque la classe est équipée, le plus souvent (65 %), l'usage n'est possible que sur distribution du maître. La partie du programme relative au calcul instrumenté est certainement la moins bien traitée. Les maîtres disposent pourtant d'indications de travail dans le document d'accompagnement. En outre, l'usage de la calculatrice était déjà demandé dans le programme de 1995 : ce n'est donc pas une nouveauté ! Peut-être faut-il considérer l'impact des évaluations nationales à l'entrée en sixième qui n'ont pas encore proposé d'items de vérification des compétences énoncées :

« – utiliser à bon escient sa calculatrice pour obtenir un résultat numérique issu d'un problème et interpréter le résultat obtenu,
– utiliser une calculatrice pour déterminer la somme, la différence de deux nombres entiers ou décimaux, le produit de deux nombres entiers ou celui d'un nombre décimal par un entier, le quotient entier ou décimal (exact ou approché) de deux entiers ou d'un décimal par un entier,
– connaître et utiliser certaines fonctionnalités de sa calculatrice pour gérer une suite de calculs : touches " opérations ", touches " mémoires ", touches " parenthèses ", facteur constant. »

L'utilisation pédagogique des TICE est quasi-inexistante

Alors que les programmes stipulent : « *L'enseignement des mathématiques doit intégrer et exploiter les possibilités apportées par les technologies de l'information et de la communication : calculatrices, logiciels de géométrie dynamique, logiciels d'entraînement, toile (pour la documentation ou les échanges entre classes), rétroprojecteur (pour les moments de travail collectif* », le recours à l'informatique pour l'enseignement des mathématiques relève de l'exceptionnel. Aucune séance n'a été observée dans un contexte où chaque élève serait devant un poste informatique. Les ordinateurs de fond de classe souvent présents sont vraiment peu utilisés pendant les temps dédiés aux mathématiques. De manière rare, on note une utilisation par un élève qui n'est pas en mesure de suivre la leçon et qui se voit alors proposer des exercices spécifiques, plutôt répétitifs.

La faible consultation des sites nationaux par rapport aux mathématiques apparaît logique puisque ces sites ont une offre très modeste ; ainsi, une interrogation de la base des usages de Primtice sur les critères « cycle 3 » et « mathématiques » apporte seulement trois fiches sur près de 400[35]. La même interrogation sur banqoutils[36] donne 27 fiches : les mathématiques sont pourtant la discipline la mieux représentée (devant la technologie 26 fiches, le français n'ayant que 17 fiches) : des maîtres ont d'ailleurs exprimé le souhait de disposer d'une base plus large. Quant à Eduscol[37], la rubrique Ecole ne comporte pas d'entrée Mathématiques alors que l'on trouve la maîtrise de la langue, les sciences, les langues étrangères, l'éducation artistique et culturelle, la citoyenneté, etc. Toutefois, Eduscol comporte des pages mathématiques intéressantes, mais un peu cachées[38] (pages consacrées aux dispositifs relais). Les maîtres ont donc logiquement recours à d'autres sites. Les sites de circonscription constituent une entrée d'autant plus intéressante qu'elle est valorisée par l'inspecteur et son équipe - conseillers pédagogiques, animateur TICE - et qu'elle est susceptible de favoriser un travail des collaborations entre écoles. Quelques autres sites offrant des contenus riches et diversifiés, notamment ceux issus d'un travail de professeurs d'IUFM, gagneraient à être mieux connus.

Les questions sur l'usage d'Internet confirment des informations dont on dispose par ailleurs sur les pratiques des enseignants. Les maîtres interrogés sont largement utilisateurs à titre personnel et professionnel ; ils recherchent des informations et des documents. Mais ces

[35] Base des usages Primtice, interrogée le 4 mars 2006
http://bd.educnet.education.fr/urtic/primtice/index.php
[36] Banque d'outils d'aide à l'évaluation diagnostique, interrogée le 4 mars 2006
http://www.banqoutils.education.gouv.fr/recherche/rechmultia2.php
[37] Eduscol, interrogé le 4 mars 2006
http://eduscol.education.fr/
[38] http://eduscol.education.fr/D0049/jeux_nombres.htm

recherches concernent peu les mathématiques. Lorsqu'il y a utilisation à des fins pédagogiques, les maîtres ont plutôt recours à une recherche avec un moteur classique ou se dirigent vers un site qu'ils connaissent bien.

Concours, rallyes, jeux pour développer le goût des mathématiques

35 % des maîtres rencontrés sont engagés dans une « épreuve » mathématique (concours, rallye et défi). Par cette démarche, ils marquent leur volonté de donner une image agréable des mathématiques ; les élèves sont appelés à chercher dans un contexte qui peut et même doit les surprendre par rapport à leurs activités quotidiennes. Dans un concours ou un rallye mathématique, l'élève ne craint pas d'être sanctionné s'il ne trouve pas ; en revanche, s'il trouve, il entre dans la démarche de compétition et éprouve l'envie de réussir pour lui-même, ses proches, la classe. Un autre élément important est que l'élève doit solliciter toute sa réflexion et ses connaissances, pas seulement celles qui sont liées à la leçon du jour ou de la veille. Le concours mathématique développe aussi la communication dans la classe ou vers l'extérieur : c'est donc une activité sociale qui resitue le rôle des mathématiques.

Le concours mathématique doit constituer un temps d'activité de la classe que les élèves vont percevoir comme différent car moins lié à une notion précise à acquérir. En même temps, il doit avoir des retombées sur l'activité quotidienne : l'élève doit comprendre que, chaque jour, il peut éprouver le même goût de la recherche dans la résolution d'exercices ou de problèmes : ce passage d'une activité à l'autre n'est pas forcément simple pour tous les maîtres alors qu'il est essentiel pour ne pas créer un clivage entre deux types de mathématiques. On peut être tenté de faire un parallèle avec la musique avec des temps où l'on « fait ses gammes » et d'autres plus agréables « où l'on joue ». Il y a effectivement en mathématiques des notions à apprendre et à exercer, ce qui appelle un effort, et il y a simultanément du plaisir à progresser et à comprendre que les acquis permettent de trouver des solutions à des questions diverses. Eprouver le plaisir mathématique est essentiel pour la dynamique de l'apprentissage : le jeu y participe à condition qu'il ne soit pas coupé du reste des activités.

Le niveau d'organisation des concours est très varié - international, académique, départemental, circonscription, inter-écoles, école, classe…- et les organisateurs sont diversifiés : inspecteurs, professeurs des écoles, structures diverses (IREM, IUFM, OCCE…). Ainsi à côté du célèbre *Kangourou des mathématiques*[39], on trouve un grand nombre de défis locaux qui permettent des animations territoriales et des travaux en commun intéressants : *les écoles qui mathent* dans l'Aube, *Rallye-math* dans l'Essonne, *RMEM* dans la Marne[40],…

Résumé : L'étude de l'inspection générale a porté sur cent vingt visites de classes de cycle trois ; chaque observation a donné lieu à un entretien approfondi avec l'enseignant rencontré. De cet échantillon probablement représentatif de la réalité des classes dans leur diversité, il ressort plusieurs constats qui recoupent certaines des observations déjà rapportées par les inspecteurs chargés d'une circonscription.

---

[39] http://www.mathkang.org/jeu-concours.asp
[40] Rallye mathématique des écoles de la Marne, http://perso.wanadoo.fr/fabien-emprin/rmem/index1.htm

Les maîtres s'emploient majoritairement et avec une habilité variable à mettre en œuvre la démarche préconisée depuis plus de vingt ans qui consiste à accorder une grande place à la résolution de problème. Le plus grand nombre d'entre eux rencontrent des difficultés qui conduisent à dire que la notion de problème est brouillée : c'est un premier souci majeur. Qu'il s'agisse de problèmes pour construire des connaissances nouvelles ou de « problèmes pour chercher », les efforts des enseignants se heurtent à la complexité des mises en œuvre. Dans bien des cas, les démarches observées se sont révélées contre-productives notamment lorsqu'elles ne tiennent pas compte des connaissances réelles des élèves ou de leurs erreurs. Les notions de procédures personnelles et de procédures expertes ne semblent pas comprises. En outre, les problèmes de vie courante tiennent une place insuffisante dans nombre de classes.

L'absence de pratique régulière du calcul mental dans un trop grand nombre de classes est préoccupante, de même que le faible recours aux calculettes. Les tables de multiplication ne sont pas partout apprises comme il le faudrait. La mémorisation devrait être mieux exercée. Le calcul devrait faire l'objet d'une attention plus soutenue en conciliant les activités d'entraînement et les exercices qui permettent de développer les compétences nouvelles.

De manière générale, les pratiques pédagogiques ne tiennent pas suffisamment compte de la diversité des élèves et de leurs connaissances préalables au moment d'aborder une notion nouvelle. La pédagogie différenciée reste trop souvent à l'état conceptuel alors qu'en mathématiques il est possible de graduer les difficultés et de varier les approches d'une même notion. Le travail de groupes est largement pratiqué, trop souvent sans efficacité réelle et même de manière inappropriée à l'activité proposée qui appelle réflexion personnelle avec recours, au besoin, à un camarade ou au maître. Les programmations de cycle sont trop souvent négligées. L'environnement mathématique est peu modernisé, l'appel à l'usage des TICE étant rare.

En ce qui concerne le rapport à la langue, la place de l'expression orale des élèves est trop faible ou quelquefois inappropriée ; la lecture des énoncés donne lieu à des pratiques contrastées. Les supports écrits ne sont pas toujours bien pensés avec une utilisation globalement insuffisante du cahier de brouillon et une présence trop faible d'un cahier de références.

L'accompagnement des programmes de 2002

Les actions nationales

Les mathématiques ont été peu évoquées

Depuis quatre ans, c'est-à-dire depuis la parution des nouveaux programmes, les circulaires de rentrée n'ont accordé qu'une très faible place aux mathématiques. La circulaire de rentrée 2002[41] mentionne le terme *mathématiques* une seule fois pour indiquer la place à accorder à la *« résolution de problèmes »* dans la formation continuée des maîtres : « *comme la consultation sur les projets de programmes l'a mis en évidence, le langage à l'école maternelle, la mise en œuvre des démarches expérimentales en sciences, la résolution de problèmes en mathématiques, la programmation de cycles dans les divers domaines disciplinaires constituent d'autres demandes fortes de la part des équipes pédagogiques.* » La circulaire de préparation de la rentrée 2003 dans les écoles, les collèges et les lycées[42] aborde la nécessité d'« *atteindre les objectifs d'une culture commune en développant les compétences de base* » et se centre sur la question de la prévention de l'illettrisme ; elle ne mentionne à aucun moment les savoirs et savoir faire de base en mathématiques. L'autre priorité signifiée aux maîtres, en rappel, est l'enseignement des langues vivantes : « *Outre la priorité à accorder à la maîtrise de la langue française dans toutes les disciplines, la continuité entre l'école et le collège appelle une attention particulière dans le domaine de l'enseignement des langues vivantes*. »

En 2004, la circulaire de rentrée[43] indique que « *La maîtrise des fondamentaux en mathématiques dont les évaluations nationales en CE2 et en 6ème montrent l'insuffisance, doit également faire l'objet d'une vigilance renouvelée ; par des animations pédagogiques ou des actions de formation, on aidera les maîtres à mieux appliquer les programmes tout en prenant en compte les besoins diagnostiqués grâce aux évaluations.* »

La circulaire de préparation de la rentrée 2005[44] affiche l'exigence d' « *élever le niveau de formation de tous les élèves* ». Le mot « mathématiques » n'est utilisé qu'une seule fois pour signaler qu'un nouveau programme entre en vigueur en sixième à cette rentrée. Pour l'école, les priorités rappelées sont : la maîtrise de la langue qualifiée de « priorité absolue », les sciences et la technologie qui « représente une autre priorité ».

En 2006, les mathématiques apparaissent : « *Si la maîtrise de la langue reste la première priorité de l'école primaire, un effort significatif doit également être accompli ou poursuivi en matière d'acquisition des compétences en mathématiques, et en sciences et technologie à l'école. »*[45]

Un accompagnement par des documents qui est apprécié

Il faut souligner le travail de la Direction de l'enseignement scolaire (DESCO) qui a conduit à la production des documents d'application et d'accompagnement des programmes. Selon notre enquête, ces documents sont connus et appréciés par bon nombre de maîtres.

[41] Circulaire n° 2002-075 du 10 avril 2002 parue au BOEN n° 16 du 18 avril 2002
[42] Circulaire n° 2003-050 du 28 mars 2003 parue au BOEN n° 14 du 3 avril 2003
[43] Circulaire n° 2004-015 du 27 janvier 2004 parue au BOEN n° 6 du 5 février 2004
[44] Circulaire n° 2005-067 du 15 avril 2005 parue au BOEN n° 18 du 5 mai 2005
[45] Circulaire n° 2006-051 du parue au BOEN n° 13 du 27 mars 2006

Néanmoins nos visites conduisent au constat suivant : certains points de programme sont développés avec une précision trop grande (notamment les séquences pédagogiques où il est dit ce que le maître « doit » faire et « ne doit » pas faire) alors que d'autres ne le sont pas du tout ou peu. La question se pose donc de fournir un document plus complet, d'une écriture plus homogène permettant de redonner un nouvel équilibre aux différents domaines du programme. Ce souci devrait être examiné à la suite d'une réflexion sur le socle de connaissances et de compétences tel qu'il sera amené à être évalué pour partie à l'école primaire. Ce travail devrait faciliter la lecture des programmes en donnant sa juste place à la notion de problème et en « réhabilitant » la notion de calcul qu'il est impossible de séparer des mathématiques.

A l'initiative de l'inspection générale et de la DESCO, quatre regroupements inter-académiques, sur le thème *les nouveaux programmes de collège et la liaison avec l'école primaire*, se sont tenus en 2004-2005 afin d'approfondir la réflexion, en prenant notamment appui sur le document d'accompagnement "Articulation Ecole - Collège". Cette volonté de favoriser une prise de conscience dans ce domaine vise à déboucher sur une meilleure prise en compte de cette préoccupation dans les plans académiques de formation.

Des formations nationales à développer

En ce qui concerne la formation initiale des inspecteurs chargés d'une circonscription du premier degré en 2005-2006, le programme défini par l'Ecole supérieure de l'éducation nationale (ESEN) fait apparaître une semaine pour l'enseignement des mathématiques, ce qui est relativement peu, notamment en raison du fait que le plus grand nombre des inspecteurs n'a pas eu l'occasion de développer préalablement une culture de cette discipline. Les contenus de formation montrent un effort pour couvrir l'ensemble des programmes, ce qui est une gageure dans un laps de temps aussi bref ; d'où le recours à des ateliers optionnels de formation qui fait que certains inspecteurs peuvent quitter l'ESEN sans réflexion suffisante sur le calcul, les seuls éléments incontournables étant les problèmes et le rôle de l'erreur. Il conviendrait aussi de faire appel à un plus grand nombre d'inspecteurs (un seul IEN parmi les intervenants, aucun IA IPR de mathématiques), de proposer des travaux concrets (travaux sur les outils par exemple). Nous notons avec satisfaction l'initiative récemment prise par l'ESEN de mettre en ligne un ensemble de ressources[46] utiles à la formation des IEN chargés d'une circonscription en mathématiques et plus largement à tout enseignant voulant compléter ou actualiser son information sur ce sujet.

Par ailleurs, la formation initiale devrait être complétée par des actions de formation continue. Pour améliorer l'efficacité de l'enseignement des mathématiques, il nous paraît indispensable de développer des formations conjointes pour les professeurs d'IUFM, les inspecteurs, les conseillers pédagogiques de circonscription et les maîtres formateurs.

Les actions académiques

Certaines académies montrent l'intérêt particulier porté à l'enseignement des mathématiques en cycle 3 en affichant une rubrique de liaison entre l'école primaire à l'intérieur du domaine réservé aux mathématiques sur le site académique. On trouve, par exemple sur l'un[47] d'entre eux, un texte du doyen de l'inspection générale de mathématiques invitant les professeurs de mathématiques de collège à prendre connaissance des programmes

[46] http://www.esen.education.fr/documentation/liste.phtml?idRP=2&idR=354
[47] http://www.ac-reims.fr, rubrique mathématiques

du cycle 3 des écoles et réciproquement les professeurs des écoles à lire les nouveaux programmes de sixième. Les ruptures et les continuités sont soulignées à la fois en termes de démarches mathématiques (invitation des professeurs de collège à poursuivre la mise en œuvre de procédures personnelles avant d'aller vers les procédures expertes) et en termes de contenus (multiplication d'un décimal par un décimal). Ce même site donne aussi des comptes rendus de journées de travail académiques sur cette liaison. Un autre site[48] donne un tableau synthétique de l'articulation des notions enseignées en cycle 3 et en sixième. Un troisième[49] restitue des réflexions communes entre professeurs des écoles et de collège sur un sujet particulier : les fractions. Un parcours de l'ensemble des sites académiques montre que cette préoccupation pourrait être mieux prise en compte.

Mais, de manière générale, les actions académiques pour le développement d'une réflexion sur l'enseignement des mathématiques et pour des actions éventuelles sont rares. Parmi les sept académies[50] interrogées, une seule a mis en place un groupe académique de réflexion : celui-ci est centré sur la continuité des apprentissages en mathématiques de l'école au collège. Trois autres signalent des contacts établis entre IA IPR de mathématiques et des IEN chargés d'une circonscription : il s'agit de travailler ensemble à l'exploitation des résultats des évaluations à l'entrée en sixième. Une académie signale également le fonctionnement d'un groupe inter-degrés pour « des ressources » en mathématiques, l'action de l'IREM pour la création d'ateliers mathématiques en cycle 3 et l'extension d'un concours mathématiques (3^e^ – 2^e^) aux élèves de 6^e^ et de CM2.

Dans de nombreuses académies, il conviendrait de recréer des liens entre les formateurs des IUFM du premier degré, les inspecteurs de l'éducation nationale et l'inspection pédagogique régionale de mathématiques. Le cadrage par un groupe académique de pilotage serait très utile.

Les actions départementales

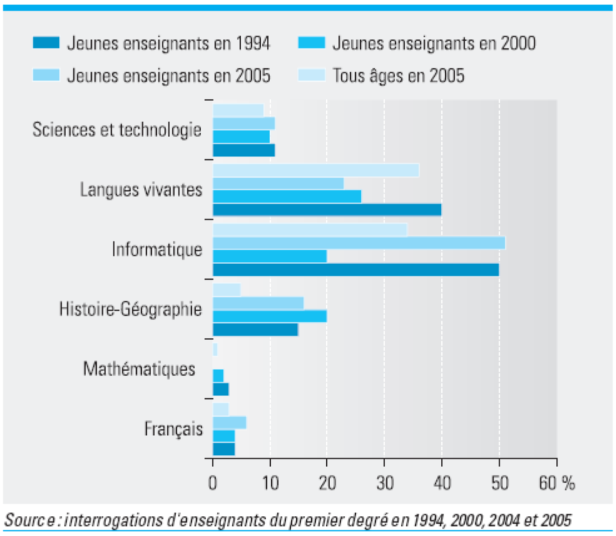
Seize départements[51] ont été interrogés. Six d'entre eux ont mis en place un groupe de réflexion sur l'enseignement des mathématiques.

La place accordée à l'enseignement des mathématiques en cycle 3 dans la formation continue des maîtres n'est pas facile à quantifier car des stages peuvent traiter de cette question dans le cadre d'objectifs plus larges. L'évaluation approximative du nombre de journées stagiaires réservées à cette discipline à ce niveau est de 3 % du nombre total. L'enquête annuelle effectuée depuis 2002 par la DESCO sur la mise en œuvre des programmes pour l'école primaire indique que 5 % à 6 % des journées stagiaires sont consacrées aux mathématiques (tous cycles) (de 32 à 36 % pour le français, 9 à 10 % pour les langues vivantes étrangères, 9 à 13 % pour les sciences et la technologie.

L'étude de l'inspection générale confirme la modestie de la part consacrée aux mathématiques dans les plans de formation. Une explication se trouve peut-être dans la faible demande des maîtres qui disent ne pas éprouver de difficulté particulière en mathématiques (sauf sur des points précis, notamment les « problèmes »). La récente étude de la direction de

[48] http://euler.ac-versailles.fr/webMathematica/reflexionpro/sixieme/MathsCycle3.doc
[49] http://www.ac-nantes.fr:8080/peda/disc/math/Mutualisation/Travail_Prox.htm (collèges de Cholet)
[50] Amiens, Orléans-Tours, Nancy, Nantes, Paris, Reims, Strasbourg
[51] Bas-Rhin, Ardennes, Aube, Cher, Doubs, Essonne, Indre, Haute-Marne, Haute-Saône, Loire-atlantique, Maine-et-Loire, Marne, Moselle, Nord, Paris, Somme

l’évaluation et de la prospective confirme cette impression des maîtres de bien maîtriser cet enseignement.



Proportions d’enseignants éprouvant des difficultés dans les diverses disciplines qu’ils enseignent.

Les différences sont importantes selon les disciplines enseignées. C’est en mathématiques que les maîtres ressentent le moins de difficultés.

Source : Note d’information, Direction de l’évaluation et de la prospective, n°06.17, mai 2006

Les intitulés des formations retenues montrent que deux sujets sont principalement traités : la résolution de problèmes et la liaison école-collège. On relève aussi : apprendre à argumenter, difficultés d’apprentissage en mathématiques du CP au CM2, mathématiques vivantes au cycle 3, TICE et mathématiques, activités numériques et logiques (cycles 2 et 3) – stage annulé faute de candidats !–, math et jeux mathématiques, pratique rénovée de l’enseignement des mathématiques, mathématiques et arts plastiques, penser le nombre, etc. Si certains de ces titres mettent en évidence une certaine originalité d’entrée, on ne peut que constater et regretter l’absence totale du calcul, de la géométrie, des mesures et même des nombres. Ceci ne signifie probablement pas que rien n’est fait dans ce domaine, mais il s’agit plutôt d’une tentative pour amener des maîtres à s’inscrire. En tout cas, il nous paraît indispensable de revoir l’offre en l’étoffant et en la centrant davantage sur les programmes dans leur totalité et leur diversité.

Les actions de circonscription

Une quarantaine de circonscriptions ont été interrogées et trente-quatre réponses[52] ont pu être traitées. Dans un certain nombre de cas, les observations débordent le cadre de l’étude : on trouve par exemple des développements sur l’enseignement des mathématiques au cycle 2 où des différences significatives sont pointées (tout particulièrement une place beaucoup plus grande pour les fichiers, une critique sévère de certains d’entre eux qui tendraient à « formater » les élèves plutôt qu’à les former).

Pour le cycle 3, les actions d’animation en mathématiques occupent une place très variable d’une circonscription à l’autre, inexistante ou peu significative dans plus d’un tiers

[52] Blaye, Châteauroux 1, Vierzon, Sarcelles, Sarcelles-St-Brice, St-Dizier, Paris-Auteuil, Paris Montparnasse, Paris 19e, Golbey, Woippy, Strasbourg 5, Brunoy, Dourdan, Morangis, Angers 5, Langres, Nogent, La Chapelle Saint-Luc, Charleville-Mézières sud, Charleville-Mézières ouest, Sedan, Reims 5, Reims 6, Sézanne, Vitry-le-François, Châlons-en-Champagne 3, Bar-sur-Aube, Joinville, Nemours, Melun…

des cas et globalement faible. En ce qui concerne les thèmes abordés en 2004-2005, une forte majorité est consacrée à la résolution de problèmes. L'évaluation des élèves est un thème fréquemment cité, ainsi que, à un degré moindre, la liaison école-collège. Plusieurs animations portent sur le calcul et la construction du nombre. L'intervention de formateurs extérieurs à la circonscription est assez répandue. Parfois, on note un accompagnement suivi sur une période de trois ans.

En ce qui concerne les évaluations en CE2 et en 6ème, tous les inspecteurs considèrent qu'ils connaissent les résultats des écoles de leur circonscription. Les données sont souvent restituées aux écoles, en vue d'alimenter la réflexion des équipes. Dans de nombreux cas, l'évaluation est considérée comme un levier susceptible de faire évoluer les pratiques en prenant appui sur le projet d'école. Elle sert de support à des actions de liaison école / collège, dont la lecture des comptes rendus laisse penser que leur efficacité demeure incertaine.

Les rencontres entre les maîtres de cycle 3 et les professeurs de mathématiques de collège devraient mettre en évidence que les programmes de mathématiques mis en œuvre à la rentrée 2005 en sixième visent, avec ceux d'autres disciplines, à entraîner les élèves à la pratique d'une démarche scientifique. Ils ont été conçus dans le prolongement direct de ceux de l'école primaire, en vue de maintenir l'intérêt suscité pour les mathématiques : « *Il est en effet possible de se livrer, à partir d'un nombre limité de connaissances, à une activité mathématique véritable, avec son lot de questions ouvertes, de recherches pleines de surprises, de conclusions dont on parvient à se convaincre ».* Par ailleurs, si les notions communes aux programmes de l'école primaire et du début du collège sont nombreuses, elles ne sont pas pour autant envisagées avec les mêmes objectifs.

De manière générale, les inspecteurs sollicités indiquent que l'enseignement des mathématiques s'inscrit dans le respect du cadre horaire officiel, ce qui est confirmé par les observations de l'inspection générale. Certains notent une « évolution favorable » en matière de résolution de problèmes, d'autres en géométrie. Plusieurs reconnaissent que cet enseignement ayant lieu le plus souvent en fin de matinée, cela ne leur permet pas d'observer de telles séances en inspection (cette remarque correspond à l'observation indiquée précédemment à propos de l'étude des rapports des inspecteurs du premier degré dont seulement un sur deux environ traite de l'enseignement des mathématiques). Le contenu des programmes est apprécié, de même que les documents d'accompagnement dont on aimerait qu'ils soient davantage utilisés.

Les inspecteurs interrogés considèrent que les enseignants ont une formation initiale insuffisante dans ce domaine, ne leur permettant pas d'avoir le recul nécessaire pour proposer des « activités de recherche ». Certains inspecteurs estiment que le déroulement des cours se résume souvent à une succession d'activités ne donnant lieu à aucune synthèse qui structurerait les connaissances acquises, ce qui rejoint les constats de l'inspection générale.

L'absence de manipulations est souvent déplorée (mais elle est parfois excessive, empêchant les acquisitions) ainsi que le manque d'intérêt pour le calcul instrumenté. L'ensemble de ces points converge donc avec les observations de l'inspection générale.

Résumé : Depuis la parution des derniers programmes, l'enseignement des mathématiques n'a pas occupé une place centrale dans les directives nationales. Il n'a donc pas constitué une priorité dans les plans de formation des maîtres et dans les animations de circonscription. Toutefois, des initiatives ont été prises aux divers niveaux, notamment autour des résultats aux évaluations nationales. La liaison entre l'école et le collège est particulièrement faible.

Conclusions et recommandations

L'étude menée par l'inspection générale met en évidence à la fois des éléments positifs et d'autres qui méritent une attention particulière et des actions à tous les niveaux.

En ce qui concerne les éléments de satisfaction, nous soulignerons le respect des horaires officiels, la stabilité du niveau de performance des élèves, la qualité de certaines démarches pédagogiques en conformité avec l'esprit des programmes.

Mais des signes sont inquiétants et appellent une action à divers niveaux. Depuis trente ans, priorité est donnée à un enseignement des mathématiques qui privilégie la résolution de problèmes. Cette tendance est conforme aux orientations internationales (enquête PISA) : les élèves sont préparés à ce type d'exercice dès l'école primaire. Il faut donc se féliciter que les maîtres empruntent largement cette direction. Toutefois, la mise en oeuvre est très imparfaite. De nombreuses séances qui visent à développer les capacités à chercher manquent de rigueur. Probablement trop complexes, elles se déroulent dans un certain désordre et ne permettent pas de conduire à une construction de connaissances solides. En outre, nombre de situations se révèlent sélectives : seuls, les élèves ayant l'habitude de ce type de réflexion en profitent pleinement. Certains problèmes sont donnés avec un objectif trop vague d'apprendre à chercher : « on joue à être mathématicien ». Cette vision se révèle contre-productive lorsqu'elle conduit à négliger les bases mathématiques : apprendre à résoudre un problème relève aussi d'un entraînement construit, d'une méthodologie progressive et intelligente. Apprendre à calculer ne passe pas uniquement par des étapes de réflexion, mais s'appuie sur la fixation d'automatismes et des acquisitions indispensables. Les programmes qui demandent exactement cette démarche semblent mal compris sur ce point : « *L'élaboration des connaissances se réalise au travers de la résolution de problèmes, leur maîtrise nécessite des moments d'explicitation et de synthèse, et leur efficacité est conditionnée par leur entraînement dans des exercices qui contribuent à leur mémorisation.* » Il faut certainement revenir sur le sens de l'expression « élaboration des connaissances ».

La notion même de problème apparaît aujourd'hui confuse et diluée. Si toute notion s'élabore à travers un problème, qu'est-ce donc qu'un problème ? Et apprend-on à résoudre des problèmes ? Si autrefois les maîtres enseignaient une méthodologie de recherche et de résolution en décomposant une question complexe en questions simples (méthodologie procédurale qui a fait l'objet de beaucoup de critiques), il semble qu'aujourd'hui trop peu de maîtres proposent une méthodologie rigoureuse qui débouche sur des compétences assurées. Sans être totalement inexistantes, les activités sur le sens (travail sur l'énoncé par exemple qui est hautement recommandé par les instructions), sur l'appropriation du problème posé par chaque élève restent peu nombreuses.

L'accent mis sur les problèmes conduit certains maîtres à négliger les exercices d'entraînement qui fixent les connaissances simples et les savoir-faire de base. Le calcul n'est pas considéré de la même manière par tous les maîtres. Savoir les tables par cœur, calculer mentalement, savoir poser des opérations sont des compétences insuffisamment travaillées. Le calcul mental n'est pas assez pratiqué. Or, cette forme de calcul est essentielle car elle conjugue réflexion et mémorisation. Dans son rapport d'étape sur le calcul, la commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques écrit : « *Le calcul, dès les débuts de la scolarité élémentaire, peut et doit être pensé dans ses rapports au raisonnement et à la preuve. Le calcul mental a, nous semble-t-il, un rôle essentiel à jouer à ce niveau. Il* *est une façon privilégiée de lier calcul et raisonnement, en mettant en jeu les propriétés des nombres et des opérations.* »[53] Par ailleurs, l'utilisation des calculatrices est loin d'être répandue alors qu'elle est demandée par les programmes et qu'elle est rendue nécessaire par certains types de calcul (grands nombres, nombres décimaux).

A propos du socle en mathématiques, le Haut conseil de l'éducation a proposé de « *donner une place accrue à la résolution de problèmes à partir de situations ouvertes et proches de la réalité* » tout en insistant sur « *la nécessité de créer aussi tôt que possible des automatismes en calcul (calcul mental, apprentissage des quatre opérations)* »[54]. Cet équilibre fait aujourd'hui défaut dans bien des classes : les exercices d'entraînement sont trop peu nombreux et les connaissances élémentaires ne peuvent dès lors être fixées convenablement. Il faut garder à l'esprit que l'objectif d'acquisition d'une culture mathématique passe, certes, par le développement des capacités de recherche, mais aussi par l'acquisition de procédures expertes (algorithmes opératoires par exemple).

La didactique des mathématiques qui appelle des connaissances suffisantes en mathématiques n'est pas assez connue ou mal interprétée. La réflexion sur les différents concepts mathématiques est essentielle pour construire des séquences efficaces ; l'analyse des erreurs commises par les élèves est indispensable, non seulement pendant des temps de formation des maîtres où un travail approfondi peut être mené, mais également « à chaud », c'est-à-dire en situation de classe où elle doit être rapide et permettre d'engager une action correctrice appropriée. Si de nombreuses séquences observées mettent en évidence des efforts de mises en œuvre de recherche pédagogique, trop souvent, celles-ci sont peu efficaces ; elles apparaissent comme de nouvelles « recettes » susceptibles de faire entrer dans des concepts mathématiques de manière automatique. Le travail de formation des maîtres devra être approfondi, en pensant tout particulièrement à la nécessité de considérer tous les élèves et pas seulement une majorité d'entre eux. L'insuffisance de différenciation pédagogique est un souci majeur qui, s'il n'est pas propre aux mathématiques, pourrait certainement être traitée particulièrement dans cette discipline. Les mathématiques se prêtent plus facilement que d'autres disciplines à cette adaptation des tâches à effectuer au niveau et aux besoins réels des élèves. Graduer la difficulté des exercices, varier le nombre et la nature des activités est réalisable dans toute classe.

D'où les recommandations suivantes :

- **Pour la formation initiale**

  - Prévoir des mises à niveau suffisantes en mathématiques des futurs maîtres, selon leur formation universitaire.

  - Revoir la formation des IEN du premier degré en visant le développement de leur capacité d'expertise didactique en mathématiques.

- **Pour la formation continue des personnels du premier degré**

[53] Rapports et documents de synthèse de la Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques (CREM)- Rapport d'étape sur le calcul
http://eduscol.education.fr/D0015/calcul.pdf

[54] Recommandations pour le socle commun, Haut conseil de l'éducation, 23 mars 2006

- Mettre en place une ou plusieurs actions de formation nationale (université d'été, stage du plan national de pilotage) sur l'enseignement des mathématiques pour faire le point sur les recherches pédagogiques et didactiques et les confronter aux réalités de l'enseignement, dans la diversité de ses réussites.

- **En matière de pilotage académique**

  - Favoriser la diffusion d'une culture mathématique auprès des maîtres par une animation associant des inspecteurs (IA-IPR de mathématiques et IEN) et des formateurs exerçant en primaire et en secondaire (groupe de travail académique sur l'enseignement des mathématiques, avec si nécessaire des déclinaisons départementales).

  - Mettre en place un programme de formation des maîtres adapté aux besoins repérés, en liaison avec les IUFM.

- **En matière de pratiques d'inspection**

  - Porter une attention particulière aux équilibres entre les divers types d'activité mathématique dans les classes.

  - Approfondir les analyses des séances vues sous un angle didactique.

  - Veiller à la régularité de la pratique (quotidienne) du calcul mental.

  - Prêter une attention particulière aux différents aspects de la résolution de problèmes et notamment à la qualité des activités proposées aux élèves dans ce cadre.

  - Veiller à l'existence des programmations (cycle et classe) et des progressions.

- **En matière d'action pédagogique**

  - Différencier les activités proposées aux élèves à chaque séance de mathématiques, cette discipline s'y prêtant particulièrement bien.

  - Être attentif aux erreurs commises par les élèves ; s'attacher à les comprendre et y remédier dès leur découverte.

  - Rééquilibrer, partout où c'est nécessaire, les temps d'activité des élèves de manière globale sur une année en accordant davantage de place aux exercices d'entraînement.

  - Equilibrer les activités au cours d'une séance de mathématiques en commençant systématiquement par un temps de calcul mental.

  - Suivre une progression en calcul mental ; s'assurer de la connaissance des tables d'opération (par cœur).

  - Faire une place plus large au calcul instrumenté.

- Avoir recours aux outils informatiques, notamment pour individualiser les apprentissages.

- Faire résoudre des problèmes empruntés aux situations de la vie courante, à celle des élèves et de leurs familles.

- **Etudes, recherches**

  - Etablir des comparaisons internationales entre les parcours mathématiques des élèves d'école primaire (objectifs, compétences, démarches).

  - Développer et soutenir des activités de recherche pédagogique autour du calcul et de l'aide à l'élève en mathématiques.

Remerciements

Les membres du groupe de pilotage de cette étude :

Madame Viviane Bouysse, inspectrice générale de l'éducation nationale
Monsieur Jean Hébrard, inspecteur général de l'éducation nationale
Madame Michèle Leblanc, chargée de mission à l'inspection générale
Madame Christine Saint-Marc, chargée de mission à l'inspection générale
Monsieur Xavier Sorbe, inspecteur général de l'éducation nationale
et
Monsieur Jean-Louis Durpaire, inspecteur général de l'éducation nationale, rapporteur

tiennent à remercier

leurs collègues du groupe de l'enseignement primaire : madame Martine Safra, doyenne ; messieurs Jean-Michel Bérard, Yves Bottin, Philippe Claus, Jean David, Marcel Duhamel, Alain Houchot, Pascal Jardin, Christian Loarer, Henri-Georges Richon

Mesdames et messieurs les recteurs des académies d'Amiens, Orléans-Tours, Nancy, Nantes, Paris, Reims, Strasbourg

Mesdames et messieurs les inspecteurs d'académie, directeurs des services départementaux de l'éducation des départements : Bas-Rhin, Ardennes, Aube, Cher, Doubs, Essonne, Gironde, Indre, Haute-Marne, Haute-Saône, Loire-atlantique, Maine-et-Loire, Marne, Moselle, Paris, Somme

Mesdames et messieurs les inspecteurs de l'éducation nationale des circonscriptions visitées ; tout particulièrement mesdames Lecardonnel, Grandchamp-Darragon, Hodeau, Ouanas, Ranc, Talmo, Yessad-Blot, messieurs Bigorgne, Bouzy, Cotty, Denizot, Fritz, Gazay, Mille.

ainsi que

La commission permanente des IREM pour l'enseignement élémentaire
Monsieur Philippe Scatton, IA IPR de mathématiques de l'académie de Reims
Monsieur Rémi Brissiaud , maître de conférences, IUFM de l'académie de Créteil
Monsieur Roland Charnay, professeur agrégé honoraire
Monsieur Jean-Claude Duperret, professeur agrégé, directeur centre IUFM de Troyes
Monsieur Michel Fayol, professeur des universités, Université de Clermont-Ferrand
Madame Catherine Houdement, maître de conférences, IUFM de l'académie de Rouen
Monsieur Bernard Sarrazy, professeur des universités, Université Victor Segalen Bordeaux
Madame Catherine Taveau, professeur de mathématiques, IUFM de l'académie de Paris